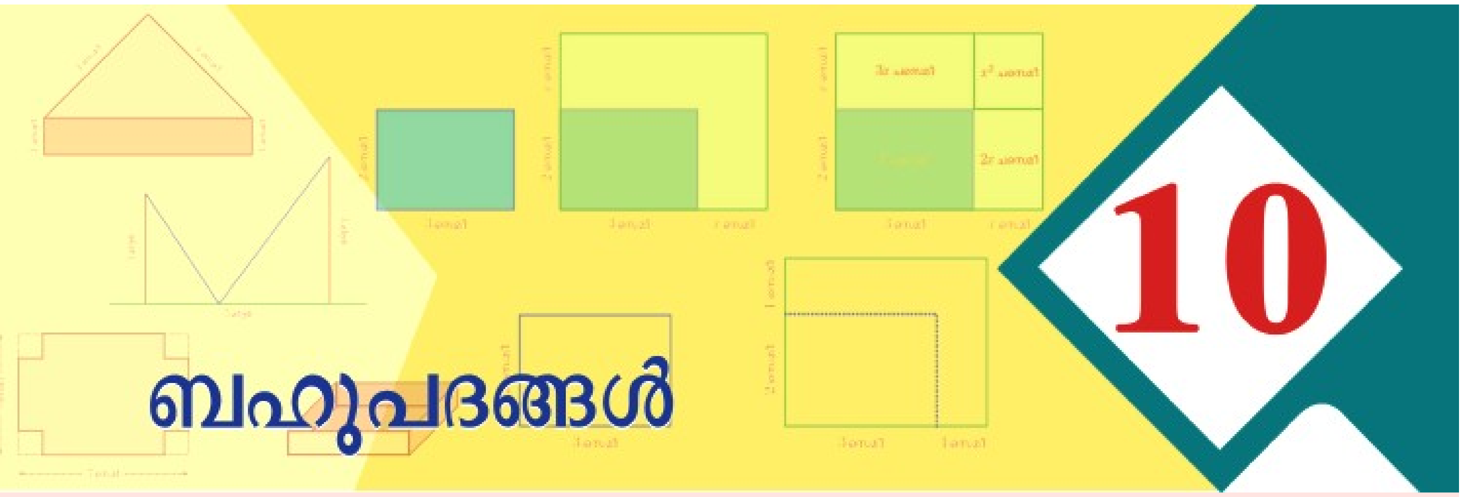


അളവുകളുടെ ബീജഗണിതം

(1) ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം മറ്റേ വശത്തിന്റെ നീളത്തേക്കാൾ 1 സെന്റിമീറ്റർ കുറവായ ചതുരങ്ങളിൽ, ചെറിയ വശത്തിന്റെ നീളം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുക്കുക.

(i) ഇവയുടെ ചുറ്റളവുകൾ $p(x)$ സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്ത്, x, $p(x)$ ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം സമവാക്യമായി എഴുതുക.

(ii) ഇവയുടെ പരപ്പളവുകൾ $a(x)$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്ത്, x, $a(x)$ ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം സമവാക്യമായി എഴുതുക.

(iii) $p(1), p(2), p(3), p(4), p(5)$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക. എന്തെങ്കിലും ക്രമം കാണുന്നുണ്ടോ ?

(iv) $a(1), a(2), a(3), a(4), a(5)$ എന്നിവ കണക്കാക്കുക. എന്തെങ്കിലും ക്രമം കാണുന്നുണ്ടോ ?

Page No: 180 & 181

ഉത്തരം

ഒരു വശം മറ്റേതിനേക്കാൾ 1 സെ.മീ ചെറുതാണെന്ന് നൽകിയിരിക്കുന്നു.

∴ ചതുരത്തിന്റെ തൊട്ടടുത്തുള്ള രണ്ട് വശങ്ങൾ x, $x + 1$ ആണ്.

(i) ചുറ്റളവ് $p(x) = 2 \times [x + (x + 1)]$

$= 2 \times [x+x+1] = 2 \times (2x+1)$

$\therefore p(x) = 4x + 2$

(ii) പരപ്പളവ് , $a(x) = (x) \times (x + 1)$

$\therefore a(x) = x^2 + x$

(iii) $p(x) = 4x + 2$

$p(1) = 4 \times 1 + 2 = 6$

$p(2) = 4 \times 2 + 2 = 10$

$p(3) = 4 \times 3 + 2 = 14$

$p(4) = 4 \times 4 + 2 = 18$

$p(5) = 4 \times 5 + 2 = 22$

ഇവിടെ ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ അടുത്ത സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എപ്പോഴും 4 ആണ്.

(iv) $a(x) = x^2 + x$

$a(1) = 1^2 + 1 = 2$

$a(2) = 2^2 + 2 = 6$

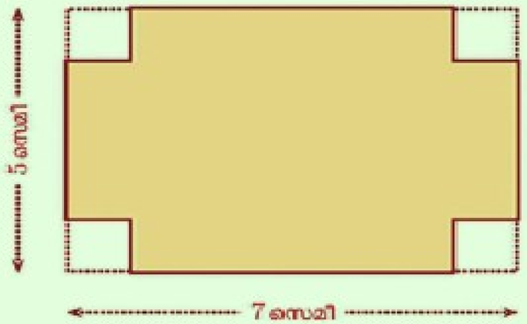
$a(3) = 3^2 + 3 = 12$

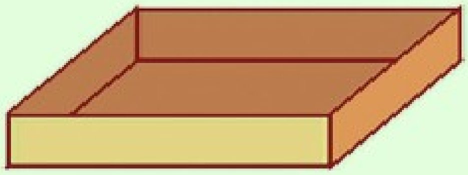
$a(4) = 4^2 + 4 = 20$

$a(5) = 5^2 + 5 = 30$

ഇവിടെ ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ മുൻ സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസത്തിനോട് കൂടി 2 വർദ്ധിക്കുന്നു.

(2) ചിത്രത്തിൽക്കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ, ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നാലു മൂലകളിൽ നിന്നും ഒരേ വലുപ്പമുള്ള ചെറു സമചതുരങ്ങൾ വെട്ടിമാറ്റി, മേലോട്ട് മടക്കി, ഒരു പെട്ടി ഉണ്ടാക്കുന്നു.



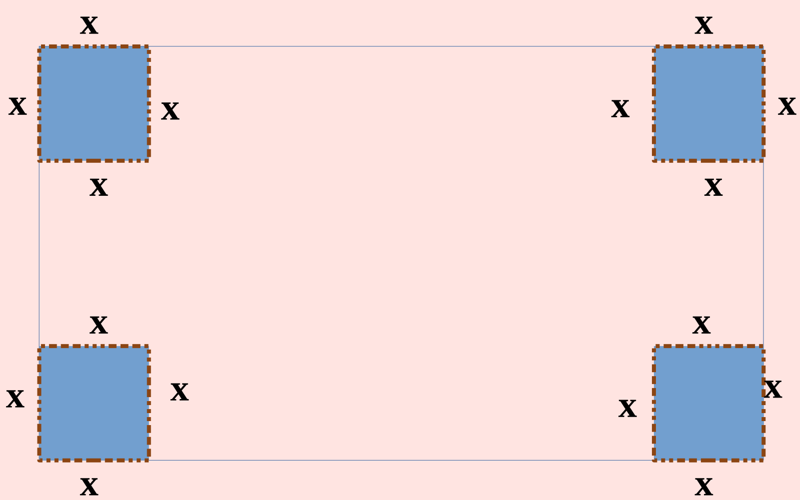


(i) വെട്ടിയെടുക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്ത്, പെട്ടിയുടെ മൂന്നളവുകളും എഴുതുക.

(ii) പെട്ടിയുടെ വ്യാപ്തം $v(x)$ ഘനസെന്റിമീറ്റർ എന്നെടുത്ത്, x ഉം $v(x)$ ഉം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം സമവാക്യമായി എഴുതുക.

(iii) $v\left(\frac{1}{2}\right)$, $v(1)$, $v\left(1\frac{1}{2}\right)$ ഇവ കണക്കാക്കുക.

<u>ഉത്തരം</u>



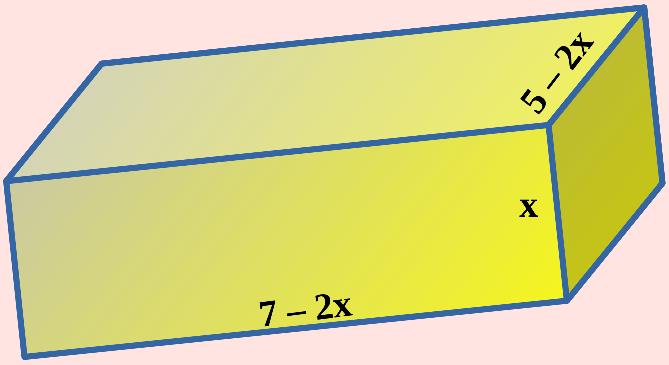
(i) സമചതുരത്തിന്റെ വശം = x

പെട്ടിയുടെ അളവുകൾ

നീളം = 7 – 2x

വീതി = 5 – 2x

ഉയരം = x



(ii) $v(x) = L \times B \times H$

$v(x) = (7 - 2x) \times (5 - 2x) \times x$

$v(x) = (35 - 14x - 10x + 4x^2) \times x$

$v(x) = 4x^3 - 24x^2 + 35x$

(iii) $v\left(\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 24\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 35\left(\frac{1}{2}\right)$

$v\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right) - 6 + 35\left(\frac{1}{2}\right) = 30$

$v(1) = 4(1)^3 - 24(1)^2 + 35\times1 = 15$

$v\left(1\frac{1}{2}\right) = v\left(\frac{3}{2}\right) = 4\left(\frac{3}{2}\right)^3 - 24\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 35\left(\frac{3}{2}\right)$

$= \left(\frac{27}{2}\right) - 54 + \left(\frac{105}{2}\right)$

$= 66 - 54 = 12$

(3) ഒരു മീറ്റർ നീളമുള്ള കയറുകൊണ്ട് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന ചതുരങ്ങളുടെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം x സെന്റിമീറ്റർ എന്നും, ചതുരത്തിനകത്തെ പരപ്പളവ് $a(x)$ ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ എന്നുമെടുക്കുക.

(i) x ഉം $a(x)$ ഉം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം സമവാക്യമായി എഴുതുക.

(ii) $a(10)$, $a(40)$ ഇവ ഒരേ സംഖ്യ ആകുന്നത് എന്തുകൊണ്ടാണ് ?

(iii) x ആയി രണ്ടു വ്യത്യസ്ത സംഖ്യകളെടുക്കുമ്പോൾ $a(x)$ ആയി ഒരേ സംഖ്യതന്നെ കിട്ടാൻ, സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എന്തായിരിക്കണം ?

ഉത്തരം

ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എപ്പോഴും 100cm ന് തുല്യമായിരിക്കണം

ഒരു വശം 'x' സെ.മീ ഉം തൊട്ടടുത്ത വശം 'y' സെ.മീ ഉം ആയിരിക്കട്ടെ.

ചുറ്റളവ് $= 2 \times (x + y)$

$100 = 2 \times (x + y)$

$\frac{100}{2} = x+y$

$x+y=50$

$y = 50 - x$

(i) $a(x) = (50-x) \times x$

$a(x) = 50x - x^2$

(ii) $a(10) = 50 \times 10 - 10^2$

$a(10) = 500 - 100 = 400$

$a(40) = 50 \times 40 - 40^2 = 400$

$a(40) = 2000 - 1600 = 400$

ഒരു വശം x= 10 സെ.മീ ആണെങ്കിൽ, മറുവശം

$y = 50 - 10$

$y = 40$ cm

∴ x = 10 cm ആണെങ്കിൽ y = 40 cm, x = 40 cm ആണെങ്കിൽ y = 10 cm .

രണ്ട് സന്ദർഭങ്ങളിലും ഒരേ ചതുരം ആയതിനാൽ വിസ്തീർണ്ണം തുല്യമാണ്.

സവിശേഷ വാചകങ്ങൾ

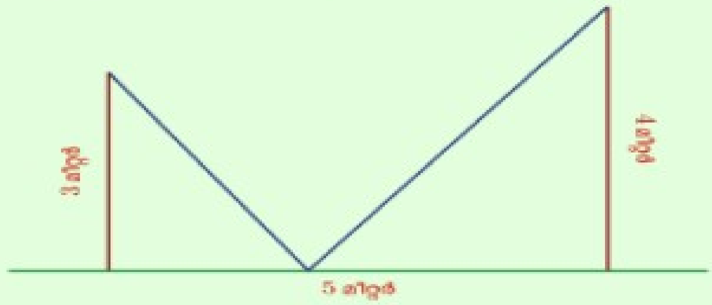
Page No: 183 & 184

(1) ചുവടെയുള്ള കണക്കുകളിലെല്ലാം, പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ബഹുപദമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക. തീരുമാനത്തിന്റെ കാരണവും എഴുതുക.

(i) സമചതുരാകൃതിയായ ഒരു മൈതാനത്തിനു ചുറ്റും 1 മീറ്റർ വീതിയിലൊരു പാതയുണ്ട്. മൈതാനത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളവും, പാതയുടെ പരപ്പളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

(ii) 7 ലിറ്റർ വെള്ളവും, 3 ലിറ്റർ ആസിഡും ചേർന്ന ദ്രാവകത്തിൽ, വീണ്ടും ഒഴിക്കുന്ന ആസിഡിന്റെ അളവും, ദ്രാവകത്തിലെ ആസിഡിന്റെ ശതമാനത്തിലുണ്ടാകുന്ന മാറ്റവും.

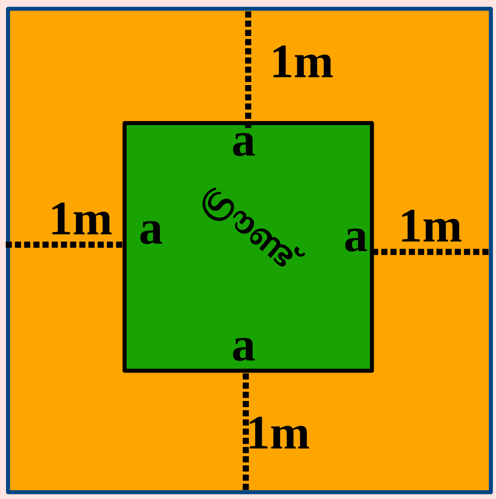
(iii) 3 മീറ്ററും, 4 മീറ്ററും ഉയരമുള്ള രണ്ടു കമ്പുകൾ 5 മീറ്റർ അകലത്തിൽ നിലത്തു കുത്തനെ നാട്ടിയിരിക്കുന്നു. ഒരു കമ്പിന്റെ മുകളിൽ നിന്ന് ഒരു കയറു വലിച്ചു നിലത്തുറപ്പിച്ച്, അവിടെനിന്ന് രണ്ടാമത്തെ കമ്പിലേക്ക് വലിച്ചു കെട്ടണം:



ഒരു കമ്പിന്റെ ചുവട്ടിൽനിന്ന് നിലത്തു കയർ ഉറപ്പിച്ച സ്ഥാനത്തേക്കുള്ള അകലവും, കയറിന്റെ നീളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

ഉത്തരം

(i)



ഗ്രൗണ്ടിന്റെ വശം 'a' ആയിരിക്കട്ടെ.
പാതയുടെ വീതി 1 മീ.

പാതയുടെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം (a + 2) m.

പാതയുടെ പരപ്പളവ് $= (a + 2)^2 - a^2$
$= a^2+4a+4 - a^2$
$= 4a+4$

പാതയുടെ പരപ്പളവ് , $p(a) = 4a+4$

(ii) ഒരു ദ്രാവകം എന്നത് 7 ലിറ്റർ വെള്ളവും 18 ലിറ്റർ ആസിഡും ആണ്.

ഈ ദ്രാവകത്തിൽ 'x' ലിറ്റർ ആസിഡ് ചേർക്കുന്നു

ഇപ്പോൾ, ദ്രാവകം 7 ലിറ്റർ വെള്ളവും (18 + x) ലിറ്റർ ആസിഡുമാണ്.

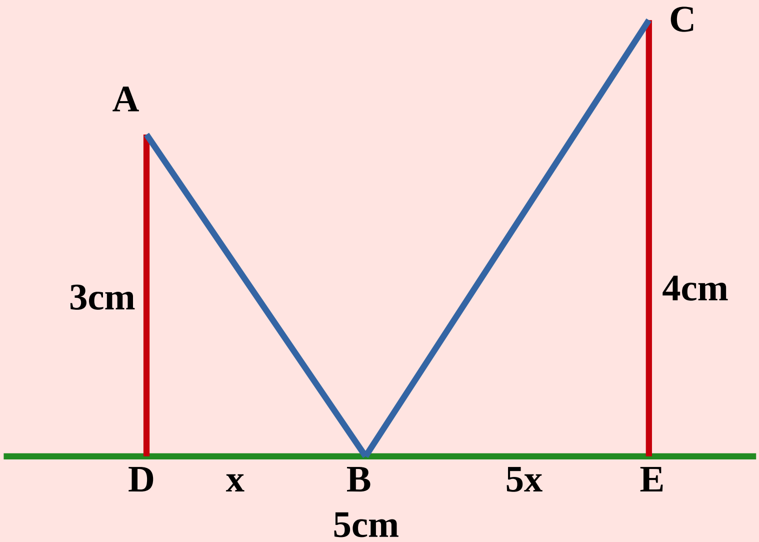
ആസിഡിന്റെ പ്രാരംഭ ശതമാനം $= \frac{18}{18+7} \times 100 = \frac{18}{25} \times 100 = 72\%$

ആസിഡിന്റെ പ്രാരംഭ ശതമാനം = 72%

ആസിഡിന്റെ ശതമാനം $= \frac{18+x}{18+x+7} \times 100$

ആസിഡിന്റെ ശതമാനത്തിലെ മാറ്റം $= \left(\frac{18+x}{18+x+7} \times 100 \right) - 72$

(iii)



കയർ ഉറപ്പിച്ച സ്ഥാനത്തു നിന്നും 3 m അകലെയുള്ള കമ്പിന്റെ ദൂരം x എന്നെടുത്താൽ

∴ കയർ ഉറപ്പിച്ച സ്ഥാനത്തു നിന്നും 4 m അകലെയുള്ള കമ്പിന്റെ ദൂരം (5–x) m ആകും .
കയറിന്റെ നീളം AB + BC.

പൈതഗോറസ് സിദ്ധാന്തം പ്രകാരം

$AB^2 = AD^2 + DB^2$

$AB^2 = 3^2 + x^2$

$AB = \sqrt{9+x^2}$

ഇതുപോലെ , $BC = \sqrt{16+x^2}$

∴ കയറിന്റെ നീളം= $\sqrt{9+x^2} + \sqrt{16+x^2}$

(2) ചുവടെപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ക്രിയകളോരോന്നും ബീജഗണിതവാചകമായി എഴുതുക. ഏതെല്ലാമാണ് ബഹുപദമെന്ന് വിശദീകരിക്കുക.

(i) സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക.

(ii) സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വർഗമൂലത്തിന്റെയും തുക.

(iii) സംഖ്യയോട് അതിന്റെ വർഗമൂലം കൂട്ടിയതും, സംഖ്യയിൽ നിന്ന് വർഗമൂലം കുറച്ചതും തമ്മിലുള്ള ഗുണനഫലം.

ഉത്തരം

(i) **സംഖ്യ x ആയാൽ .**

അതിന്റെ വ്യുൽക്രമം $\frac{1}{x}$

തുക $= x + \frac{1}{x} = x + x^{-1}$

x ന് നെഗറ്റീവ് പവർ ഉള്ളതിനാൽ ഇത് ഒരു ബഹുപദമല്ല.

(ii) **സംഖ്യ x ആയാൽ**

അപ്പോൾ അതിന്റെ വർഗ്ഗമൂലം $\sqrt{x}$ **ആണ്**

തുക $= x + \sqrt{x}$

x ന് വർഗ്ഗമൂലമുള്ളതിനാൽ ഇത് ഒരു ബഹുപദമല്ല.

(iii) സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വർഗ്ഗമൂലത്തിന്റെയും ആകെത്തുക = $x + \sqrt{x}$

സംഖ്യയും അതിന്റെ വർഗ്ഗമൂലവും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം= $x - \sqrt{x}$

അവയുടെ ഗണിതം = $(x + \sqrt{x}) \times (x - \sqrt{x}) = x^2 - x$

∴ x ന്റെ എല്ലാ കൃതിയും പോസിറ്റീവ് പൂർണ്ണസംഖ്യയായതിനാൽ ഇത് ഒരു ബഹുപദമാണ്.

(3) ചുവടെയുള്ള ബഹുപദങ്ങളിൽ, $p(1)$ ഉം $p(10)$ ഉം കണക്കാക്കുക.

(i) $p(x) = 2x + 5$ (ii) $p(x) = 3x^2 + 6x + 1$ (iii) $p(x) = 4x^3 + 2x^2 + 3x + 7$

ഉത്തരം

(i) $p(x) = 2x + 5$

$p(1) = 2 \times 1 + 5$

$p(1) = 2 + 5 = 7$

$p(10) = 2 \times 10 + 5$

$p(10) = 20 + 5 = 25$

(ii) $p(x) = 3x^2 + 6x + 1$

$p(1) = 3 \times 1^2 + 6 \times 1 + 1$

$p(1) = 3+6+1 = 10$

$p(10) = 3 \times 10^2 + 6 \times 10 + 1$

$p(10) = 3 \times 100 + 60 + 1 = 300+60+1 = 361$

(iii) $p(x) = 4x^3 + 2x^2 + 3x + 7$

$p(1) = 4 \times 1^3 + 2 \times 1^2 + 3 \times 1 + 7$

$p(1) = 4+2+3+7 = 16$

$p(10) = 4 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10 + 7$

$p(10) = 4000+200+30+7 = 4237$

(4) ചുവടെയുള്ള ബഹുപദങ്ങളിൽ, $p(0)$, $p(1)$, $p(-1)$ ഇവ കണക്കാക്കുക:

(i) $p(x) = 3x + 5$ (ii) $p(x) = 5x - 8$ (iii) $p(x) = 3x^2 + 6x + 1$

(iv) $p(x) = 2x^2 - 5x + 3$ (v) $p(x) = 4x^3 + 2x^2 + 3x + 7$ (vi) $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

ഉത്തരം

(i) $p(x) = 3x + 5$

$p(0)= 3\times0 +5 =5$

$p(1)= 3\times1 +5 = 3+5=8$

$p(-1)= 3\times(-1) +5 = -3 + 5 = 2$

(ii) $p(x) = 5x - 8$

$p(0)= - 8$

$p(1)= 5\times1 - 8 = 5-8 = -3$

$p(-1)= 5\times(-1) -8 = -5 - 8 = -13$

(iii) $p(x) = 3x^2 + 6x + 1$

$p(0)= 1$

$p(1) = 3\times1^2+ 6 \times1 + 1$

$p(1)= 3+6+1= 10$

$p(-1) = 3 \times(-1)^2 + 6\times(-1) +1$

$p(-1)= 3+(-6)+1= -2$

(iv) $p(x) = 2x^2 - 5x + 3$

$p(0)= 3$

$p(1) = 2 \times 1^2 - 5 \times 1 + 3$

$p(1) = 2 - 5 + 3 = 0$

$p(-1) = 2 \times -(1)^2 - 5 \times (-1) + 3$

$p(-1) = 2 +5 +3 = 10$

(v) $p(x) = 4x^3 + 2x^2 + 3x + 7$

$p(0) = 7$

$p(1) = 4 \times 1^3 + 2 \times 1^2 + 3 \times 1 + 7$

$p(1) = 4+2+3+7 = 16$

$p(-1) = 4 \times (-1)^3 + 2 \times (-1)^2 + 3 \times (-1) + 7$

$p(-1) = -4 + 2 - 3 + 7 = 2$

(vi) $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$p(0) = d$

$p(1) = a \times 1^3 + b \times 1^2 + c \times 1 + d$

$p(1) = a + b + c + d$

$p(-1) = a \times (-1)^3 + b \times (-1)^2 + c \times (-1) + d$

$p(-1) = -a + b - c + d$