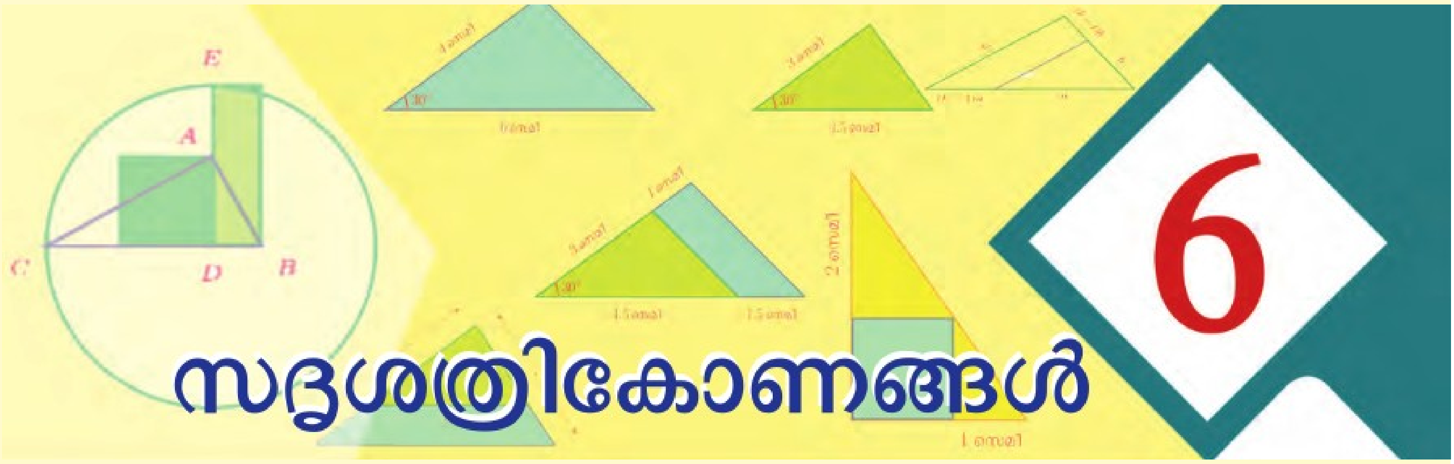


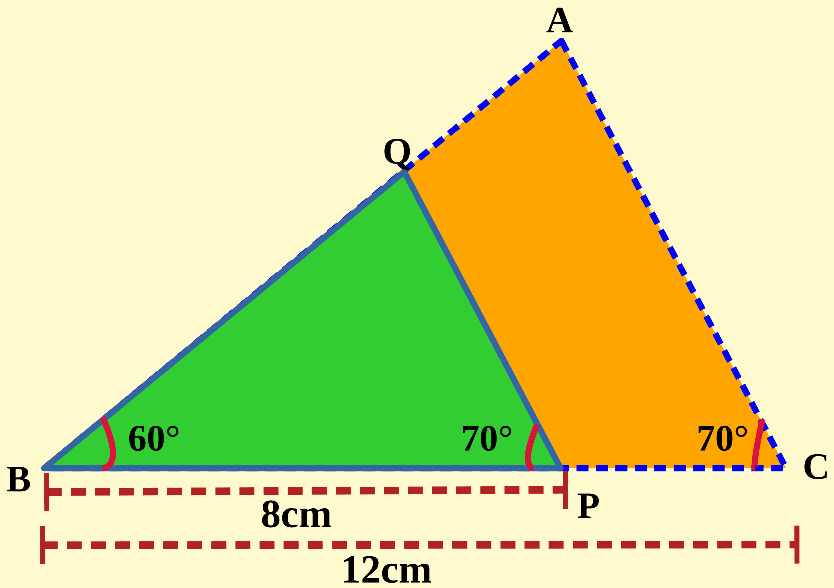
ഒരേ കോണുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ വലുപ്പക്രമത്തിൽ ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണ്.

ഒരേ കോണുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങളിൽ, തുല്യമായ കോണുകൾക്കെതിരെയുള്ള വശങ്ങളുടെ നീളം മാറുന്നത് ഒരേ തോതിലാണ്.

Page No: 105, 106 & 107

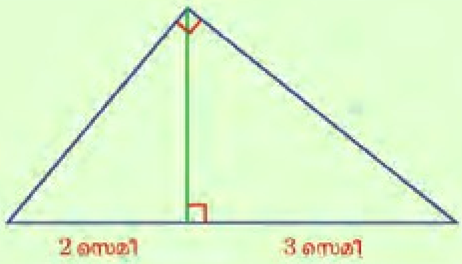
(1) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശം 8 സെ.മീ. ഉം അതിലെ രണ്ട് കോണുകൾ 60° യും 70° യും ആണ്. കോണുകൾ മാറാതെ വശങ്ങൾ ഇതിന്റെ ഒന്നരമടങ്ങായ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.

ഉത്തരം



BP=8cm ആയതിനാൽ ഇതിന്റെ ഒന്നര മടങ്ങ് BC=12cm വര വരച്ചതിനു ശേഷം 60°, 70° കോണളവുകൾ B ൽ നിന്നും C ൽ നിന്നും അടയാളപ്പെടുത്തി ത്രികോണം ABC വരയ്ക്കുക .

(2) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മട്ടമൂലയിൽനിന്ന് കർണ്ണത്തിലേക്കു വരയ്ക്കുന്ന ലംബം, കർണ്ണത്തിനെ 2 സെന്റിമീറ്ററും, 3 സെന്റിമീറ്ററും നീളമുള്ള ഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു.



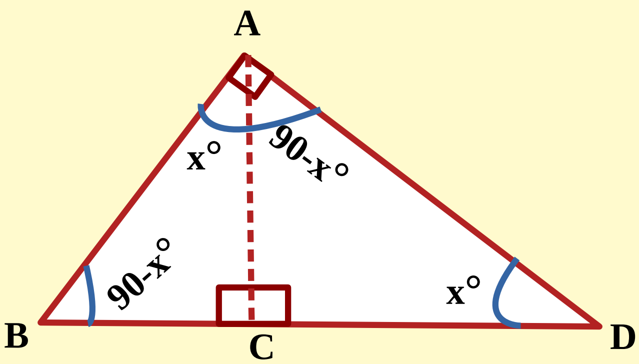
(i) ലംബം മുറിച്ചുണ്ടാകുന്ന രണ്ടു ചെറിയ മട്ടത്രികോണങ്ങൾക്കും ഒരേ കോണുകളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

(ii) ലംബത്തിന്റെ ഉയരം h എന്നെടുത്താൽ $\frac{h}{2} = \frac{3}{h}$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

(iii) വലിയ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ലംബവശങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.

(iv) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മട്ടമൂലയിൽ നിന്നു കർണ്ണത്തിലേക്കു വരയ്ക്കുന്ന ലംബത്തിന്റെ നീളം h എന്നും, അത് കർണ്ണത്തെ മുറിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ നീളം a, b എന്നുമെടുത്താൽ $h^2 = ab$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം



(i) **ΔABC, ΔADC ഇവയിൽ**

ΔABC പരിഗണിച്ചാൽ ,

∠D = x° ആയാൽ

∠DAC = 90 –x°, ∠ACD = 90°

ΔADC പരിഗണിച്ചാൽ ,

∠CAB = x°

∴ ∠B = 90 –x°

∴ ΔABC, ΔADC ഇവയിലെ കോണകൾ തുല്യം .

(ii) **ΔABC, ΔADC ഇവയിലെ കോണകൾ തുല്യം ആയതിനാൽ വശങ്ങളുടെ നീളം മാറുന്നത് ഒരേ തോതിലാണ്**

$$\frac{AC}{BC} = \frac{CD}{AC}$$

$$\frac{h}{2} = \frac{3}{h}$$

(iii) $\frac{h}{2}=\frac{3}{h}$ ൽ നിന്നും

$h^2 = 6$

ΔABC യിൽ

$AB^2 = h^2 + 2^2$

$AB^2 = 6 + 4$

$AB^2 = 10$ cm

AB = $\sqrt{10}$ cm

ΔADC യിൽ

$AD^2 = h^2 + 3^2$

$AD^2 = 6 + 9$

$AD^2 = 15$ cm

AD = $\sqrt{15}$ cm

∴ ലംബവശങ്ങൾ $\sqrt{10}$ cm, $\sqrt{15}$ cm

(iv) $\frac{h}{2}=\frac{3}{h}$ ൽ

2 ,3 ന് പകരം a , b എന്ന് എടുത്താൽ

$$\frac{h}{a}=\frac{b}{h}$$

$h^2 = ab$ എന്ന് കിട്ടും .

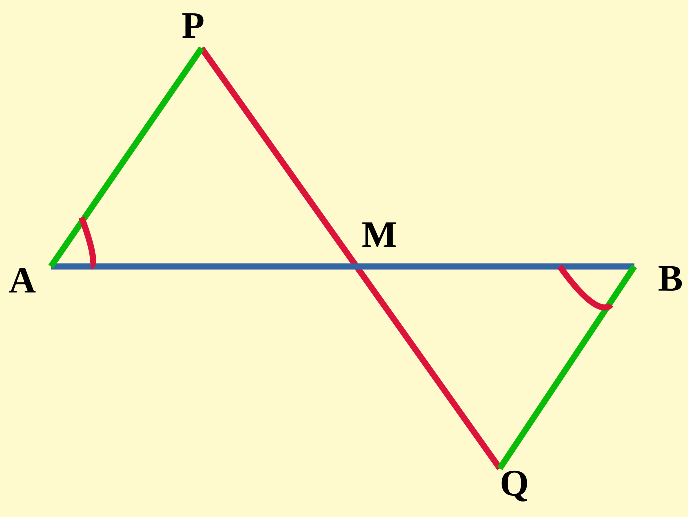
(3) വിലങ്ങനെയുള്ള ഒരു വരയുടെ രണ്ടറ്റത്തും ഒരേ വലുപ്പമുള്ള കോണുകൾ മുകളിലും താഴെയുമായി വരച്ച്, ചരിഞ്ഞ വരകളിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്നു.

(i) വിലങ്ങനെയുള്ള (നീല) വരയുടെ ഭാഗങ്ങളും, ചരിഞ്ഞ (ചുവന്ന) വരയുടെ ഭാഗങ്ങളും ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

(ii) വിലങ്ങനെയുള്ള വരയുടെ രണ്ടറ്റത്തുമുള്ള ചരിഞ്ഞ (പച്ച) വരകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധവും ഇതുതന്നെയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

(iii) ഇതുപയോഗിച്ച്, 6 സെന്റിമീറ്റർ നീളമുള്ള വരയെ 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ എങ്ങനെ ഭാഗിക്കും ?

ഉത്തരം



i) **Δ**APM , **Δ**BQM എന്നിവയിൽ

∠A = ∠B എന്ന് തന്നിട്ടുണ്ട്

∠AMP = ∠BMQ (എതിർകോണുകൾ തുല്യം)

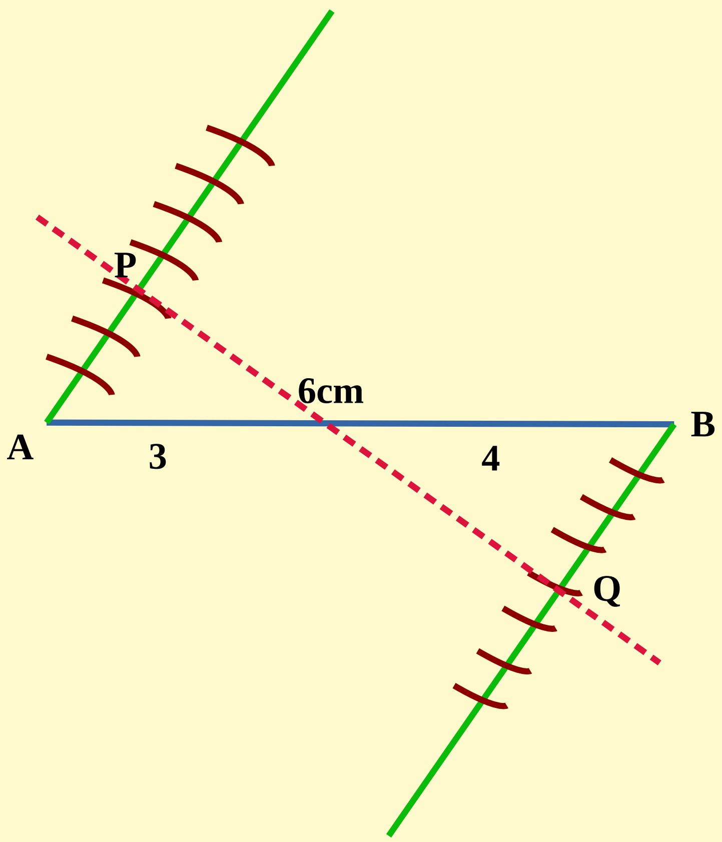
അതായത്, ഇവയുടെ കോണുകൾ തുല്യം

അതിനാൽ വശങ്ങളുടെ നീളം മാറുന്നത് ഒരേ തോതിലാണ്

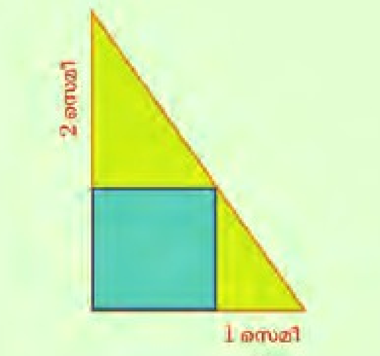
$\therefore \frac{AM}{BM} = \frac{PM}{QM}$

II) **Δ**APM , **Δ**BQM എന്നിവയിൽ കോണുകൾ തുല്യം ആയതിനാൽ $\frac{AM}{BM} = \frac{PM}{QM} = \frac{AP}{BQ}$.

iii) 6 cm നീളമുള്ള ഒരു വര വരയ്ക്കുക . A ൽ നിന്നും B ൽ നിന്നും ഒരേ കോണിൽ മുകളിലേക്കും താഴേക്കും കോണുകൾ വരയ്ക്കുക . ഈ വരകൾ 7 തുല്യഭാഗങ്ങൾ ആക്കുക . A ൽ നിന്നും 3 ഭാഗവും B ൽ നിന്നും 4 ഭാഗവും എടുത്തു P,Q എന്നിവ അടയാളപ്പെടുത്തി കൂട്ടിയോജിപ്പിക്കുക.



(4) ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ മട്ടമൂലയും, മൂന്നു വശങ്ങളിലെയും ഓരോ ബിന്ദുക്കളും മൂലകളായി ഒരു സമചതുരം വരച്ചിരിക്കുന്നു.

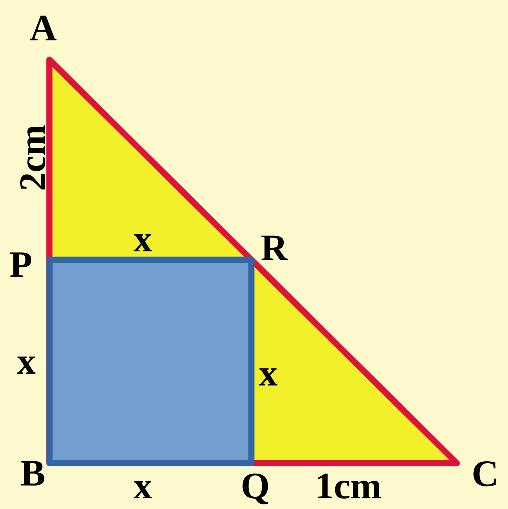


(i) സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം കണക്കാക്കുക.

(ii) വശങ്ങളുടെ നീളം 3, 4, 5 സെന്റിമീറ്ററായ മട്ടത്രികോണത്തിൽ ഇങ്ങനെ വരയ്ക്കുന്ന സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എത്ര സെന്റിമീറ്ററാണ് ?

ഉത്തരം

i)



ചിത്രത്തിൽ PR, BC ഇവ സമാന്തരങ്ങളാണ്

ΔAPR, ΔRQC എന്നിവയിൽ

$\angle APR = \angle RQC$

$\angle ARP = \angle RCQ$ (PR, BC എന്നിവ സമാന്തരവര ആയതുകൊണ്ട്)

ΔAPR, ΔRQC ഇവയുടെ വശങ്ങൾ ഒരേ തോതിൽ മാറുന്നു

$$\frac{PR}{QC} = \frac{AP}{QR}$$

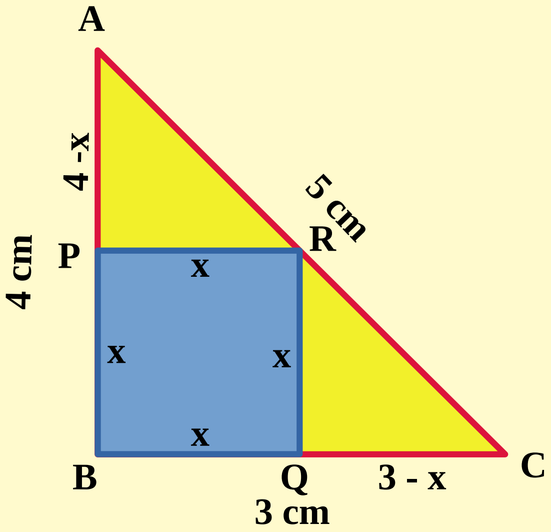
$$\frac{PR}{1} = \frac{2}{QR}$$

$$\frac{x}{1}=\frac{2}{x}$$

$x^2 = 2$

$x = \sqrt{2}$ cm.

ii)



ചിത്രത്തിൽ മട്ടത്രിത്രികോണം APR, QCR എന്നിവയുടെ കോണുകൾ തുല്യമായതിനാൽ

$$\frac{x}{3-x}=\frac{4-x}{x}$$

$x^2 = (3-x)(4-x)$

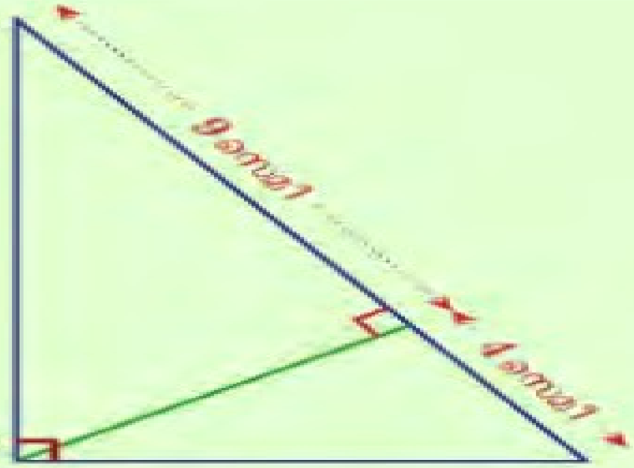
$x^2 = 12 - 3x - 4x + x^2$

$12 - 7x = 0$

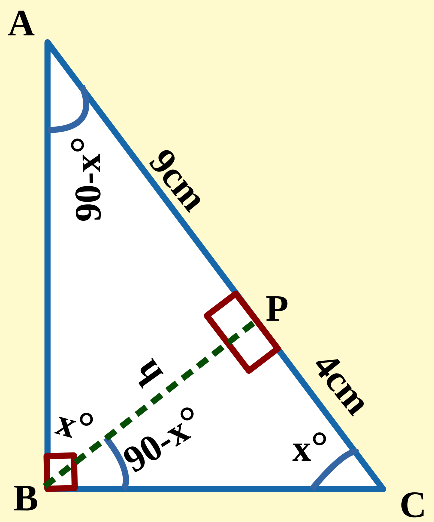
$7x = 12$

$x = \frac{12}{7}$ cm

(5) ചിത്രത്തിലെ വലിയ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.



ഉത്തരം



ΔABP, ΔBPC ഇവയിലെ കോണുകൾ തുല്യം ആണ്

$$\frac{AP}{BP}=\frac{BP}{CP}$$

$$\frac{9}{h}=\frac{h}{4}$$

$h^2 = 36$

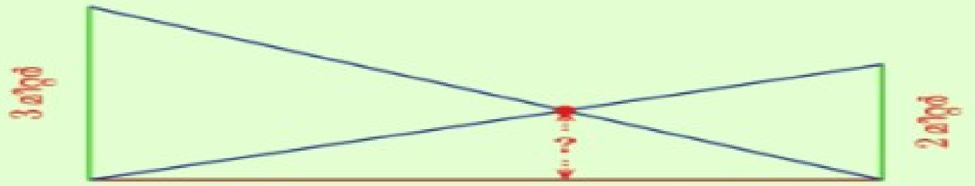
$h = \sqrt{36} = 6cm$

വലിയ മട്ടത്രികോണം ABC യുടെ പരപ്പളവ് $= \frac{1}{2} \times AC \times BP$

$= \frac{1}{2} \times 13 \times 6$

$= 39\ cm^2$

(6) 3 മീറ്ററും 2 മീറ്ററും ഉയരമുള്ള രണ്ടു കമ്പുകൾ കുത്തനെ നിലത്തു നാട്ടി, ഒരോ കമ്പിന്റെയും മുകളറ്റത്തുനിന്ന് മറ്റെ കമ്പിന്റെ ചുവട്ടിലേക്ക് കയർ വലിച്ചു കെട്ടിയിരിക്കുന്നു:

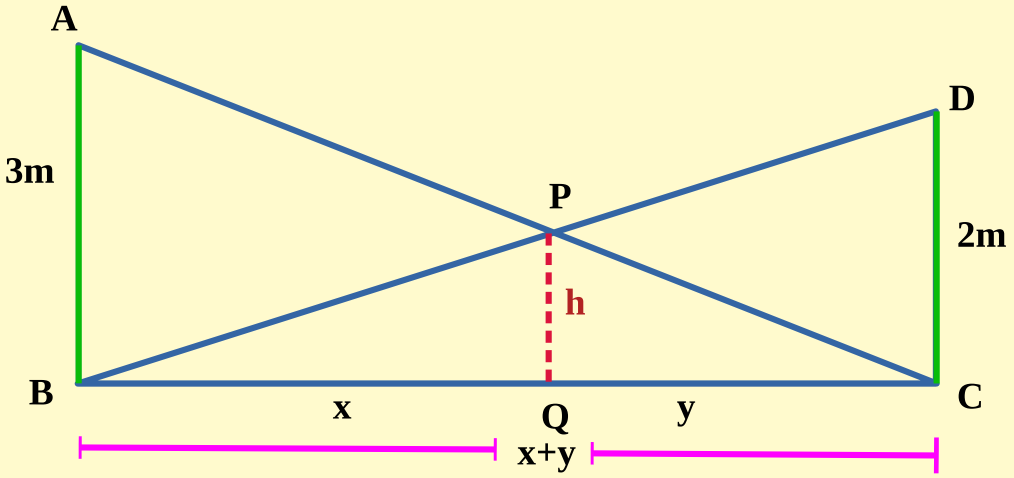


(i) കയറുകൾ പരസ്പരം മുറിച്ചുകടക്കുന്നത്, നിലത്തുനിന്ന് എത്ര ഉയരത്തിലാണ് ?

(ii) കമ്പുകൾ തമ്മിലുള്ള അകലം എത്രയായാലും ഈ ഉയരം മാറുന്നില്ല എന്നു തെളിയിക്കുക.

(iii) കമ്പുകളുടെ നീളം a, b എന്നും, കയറുകൾ മുറിച്ചുകടക്കുന്ന സ്ഥാനത്തിന്റെ ഉയരം h എന്നുമെടുത്ത്, a, b, h ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കുക.

ഉത്തരം



(i)

ΔABC ,ΔPQC ഇവ പരിഗണിച്ചാൽ

∠B=∠PQC=90°

∠C=∠C

ΔABC , ΔPQC ഇവയിലെ കോണുകൾ തുല്യം ആണ്

$\therefore \frac{h}{3} = \frac{y}{x+y}$ -------- (1)

ΔBCD , ΔBQP ഇവ പരിഗണിച്ചാൽ , ഇവയിലെ കോണുകൾ തുല്യം ആണ്

$\therefore \frac{h}{2} = \frac{x}{x+y}$ -------- (2)

സമവാക്യം (1) +(2)

$$\frac{h}{3}+\frac{h}{2}=\frac{y}{x+y}+\frac{x}{x+y}$$

$$\frac{2h+3h}{6}=\frac{x+y}{x+y}$$

$$\frac{5h}{6}=1$$

5h =6

h = $\frac{6}{5}$ **cm.**

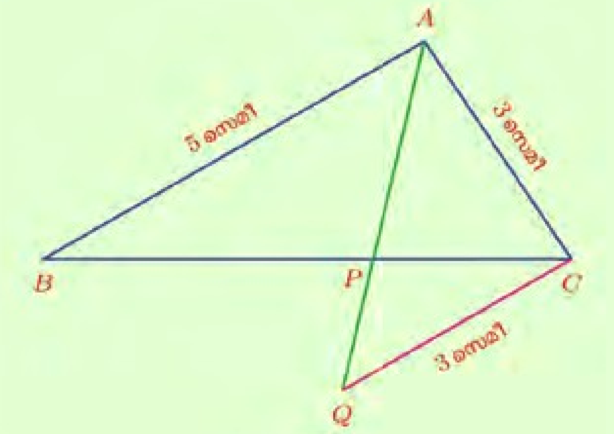
(ii) **ഇവിടെ x +y എത്രയായാലും** $\frac{h}{3}+\frac{h}{2}=1$ **ആണ് . അതിനാൽ ഉയരം മാറുന്നില്ല .**

(iii) **കമ്പുകളുലെ നീളം 3 m, 2m ഇവയ്ക്ക് പകരം a,b എന്ന് എടുത്താൽ**

$$\frac{h}{a}+\frac{h}{b}=\frac{x+y}{x+y}=1$$

h = $\frac{ab}{a+b}$ **എന്ന ബന്ധം കിട്ടും .**

(7) ചിത്രത്തിൽ ABC എന്ന ത്രികോണത്തിലെ $\angle A$ യുടെ സമഭാജിയാണ് AP:

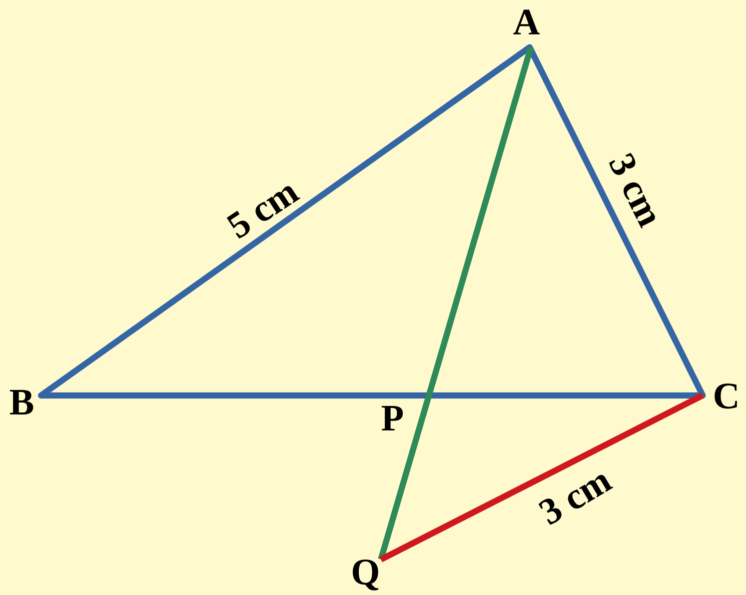


(i) ABP എന്ന ത്രികോണത്തിനും, CPQ എന്ന ത്രികോണത്തിനും ഒരേ കോണുകളാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

(ii) $\frac{BP}{PC}$ കണക്കാക്കുക.

(iii) ഏതു ത്രികോണത്തിലും ഒരു കോണിന്റെ സമഭാജി എതിർവശത്തെ മുറിക്കുന്നത്, കോൺ ഉൾപ്പെടുന്ന വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധത്തിലാണ് എന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം



(i) ΔACQ ൽ AC = CQ =3cm ആയതിനാൽ

$\angle Q = \angle CAQ = x^\circ$

$\angle A$ യുടെ സമഭാജിയാണ് AP

$\angle CAP = \angle BAP = \angle Q = x^\circ$

$\angle APB = \angle CPQ$ (എതിർകോണുകൾ)

അതായത് ΔABP, ΔCPQ ഇവയിലെ രണ്ടു കോണുകൾ തുല്യം

അതിനാൽ കോണുകൾ എല്ലാം തുല്യം .

(ii) ΔABP, ΔCPQ എന്നിവയുടെ കോണുകൾ തുല്യമായതിനാൽ

$$\frac{BP}{PC} = \frac{AB}{CQ} = \frac{5}{3}$$

(III) $$\frac{BP}{PC} = \frac{AB}{CQ} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{BP}{PC} = \frac{AB}{AC}$$

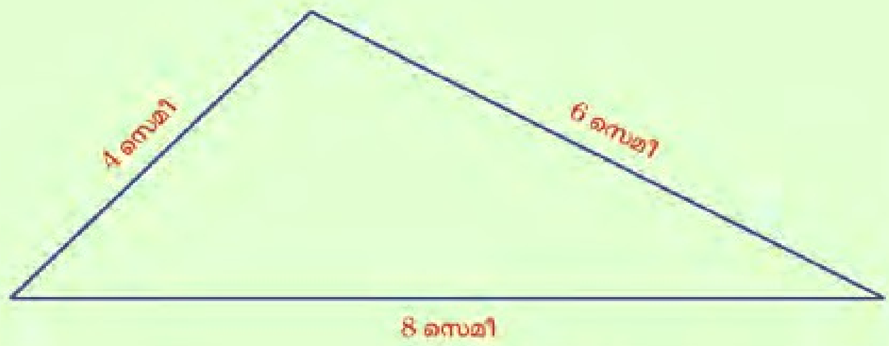
അതായത് ,

ഏത് ത്രികോണത്തിലും ഒരു കോണിന്റെ സമഭാജി എതിർവശത്തെ മുറിക്കുന്നത് കോൺ ഉൾപെടുന്ന വശങ്ങളുടെ അംശബന്ധത്തിലാണ് .

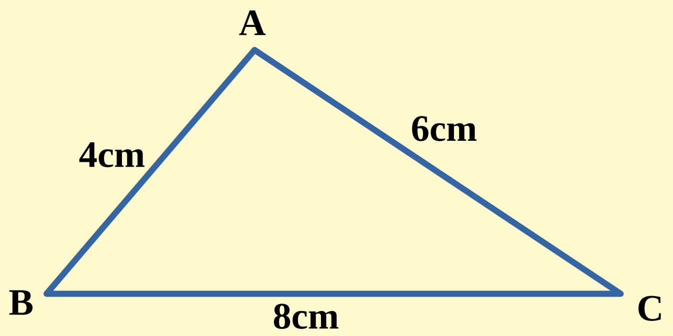
രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെയെല്ലാം നീളത്തിന്റെ മാറ്റം ഒരേ തോതിലാണെങ്കിൽ, അവയ്ക്ക് ഒരേ കോണുകളാണ്.

Page no: 111 & 112

(1) ചുവടെ വരച്ചിരിക്കുന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ അതേ കോണുകളും, വശങ്ങളുടെ നീളം $1\frac{1}{4}$ മടങ്ങുമായ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.



ഉത്തരം



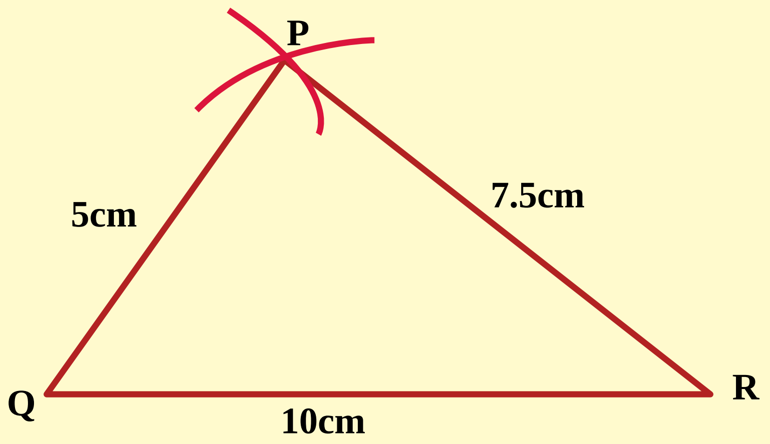
AB=4cm , BC=8cm, AC=6cm എന്നീ വശങ്ങളുടെ $1\frac{1}{4}$ മടങ്ങ് ആയ വശങ്ങൾ

PQ= $4 \times \frac{5}{4}$ = 5cm

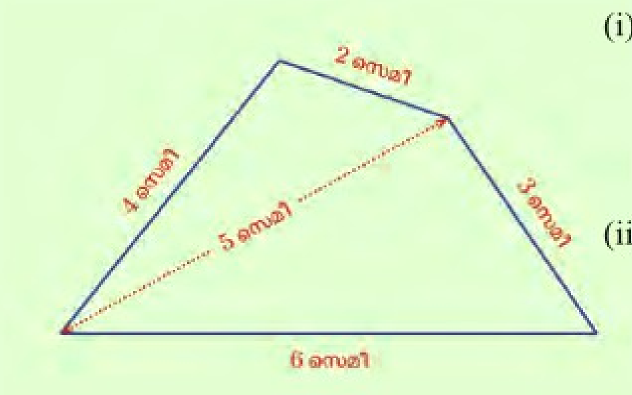
QR= $8 \times \frac{5}{4}$ = 10cm

PR= $6 \times \frac{5}{4}$ = 7.5cm

വശങ്ങൾ PQ=5cm, QR=10cm, PR=7.5cm ആയ ΔPQR വരയ്ക്കുക



(2) ഒരു ചതുർഭുജത്തിന്റെ ചിത്രം ചുവടെയുണ്ട്.

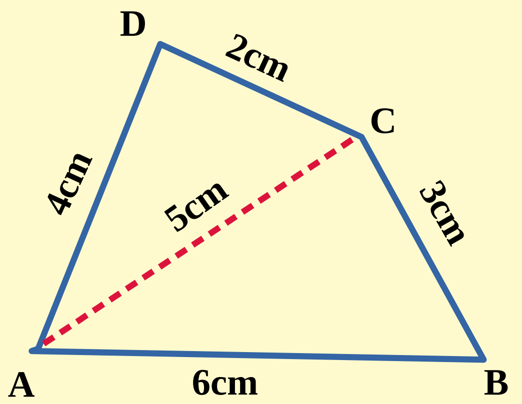


(i) ഇതേ കോണുകളും, വശങ്ങളുടെ നീളമെല്ലാം $1\frac{1}{2}$ മടങ്ങുമായ ചതുർഭുജം വരയ്ക്കുക.

(ii) കോണുകൾ വ്യത്യസ്തവും, വശങ്ങളുടെയെല്ലാം നീളം ഇതിലെ വശങ്ങളുടെ $1\frac{1}{2}$ മടങ്ങുമായ ഒരു ചതുർഭുജം വരയ്ക്കുക.

ഉത്തരം

(i)



വശങ്ങളുടെ $1\frac{1}{2}$ മടങ്ങായ വശങ്ങൾ

PQ= $6 \times \frac{3}{2}$ = 9cm

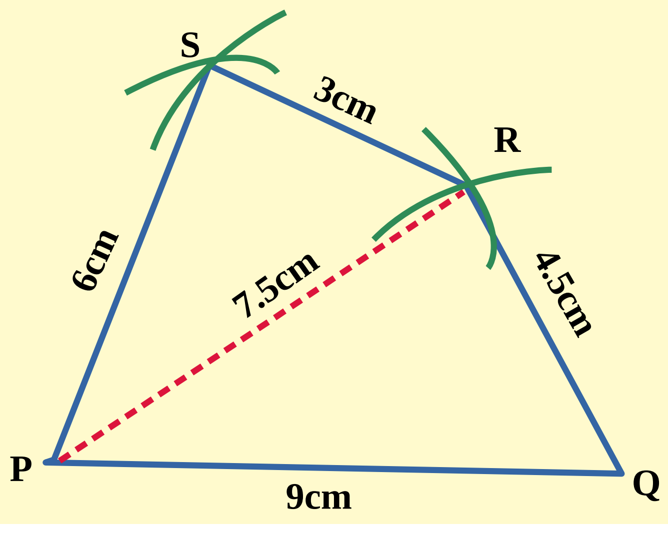
QR= $3 \times \frac{3}{2}$ = 4.5cm

RS= $2 \times \frac{3}{2}$ = 3cm

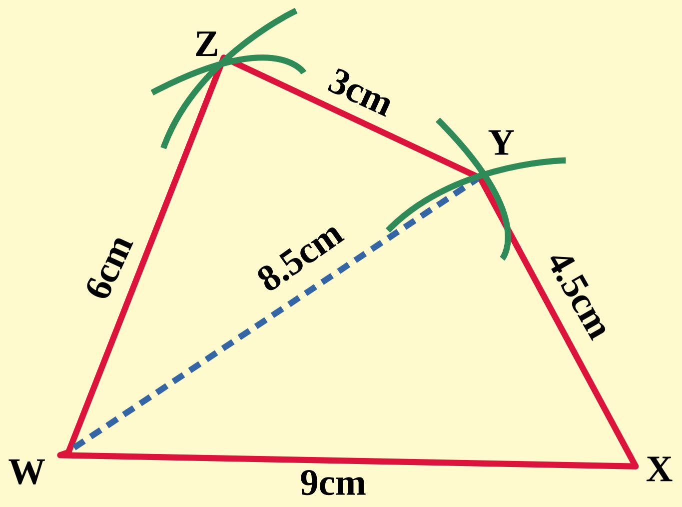
PS= $4 \times \frac{3}{2}$ = 6cm

PR = $5 \times \frac{3}{2}$ = 7.5cm

വശങ്ങളുടെ $1\frac{1}{2}$ മടങ്ങായ വശങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് ചതുർഭുജം PQRS നിർമിക്കുക



(ii) **വശങ്ങളെല്ലാം 1 .5 മടങ്ങും (9cm,4.5cm,3cm,6cm) വികർണ്ണം 7.5 cm അല്ലാത്ത അളവെടുത്തു വരയ്ക്കുക .**



(3) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് 6 ചതുരശ്രസെന്റിമീറ്റർ. ഈ ത്രികോണത്തിന്റെ ഓരോ വശത്തിന്റെയും നാല് മടങ്ങ് വശമായിട്ടുള്ള ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് എത്രയാണ് ? ഓരോ വശവും പകുതിയാണെങ്കിലോ ?

ഉത്തരം

(പരപ്പളവ് മാറുന്ന തോത് , വശങ്ങൾ മാറുന്ന തോതിന്റെ വർഗമാണ്)

പരപ്പളവ് = $6cm^2$

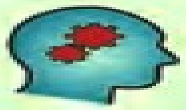
വശങ്ങൾ 4 മടങ്ങായാൽ പരപ്പളവ് = $6 \times 4^2 = 9 \times 16 = 96cm^2$

വശങ്ങൾ പകുതി ആയാൽ, പരപ്പളവ് $= 6 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= 6 \times \frac{1}{4} = \frac{6}{4} = 1.5\ cm^2$

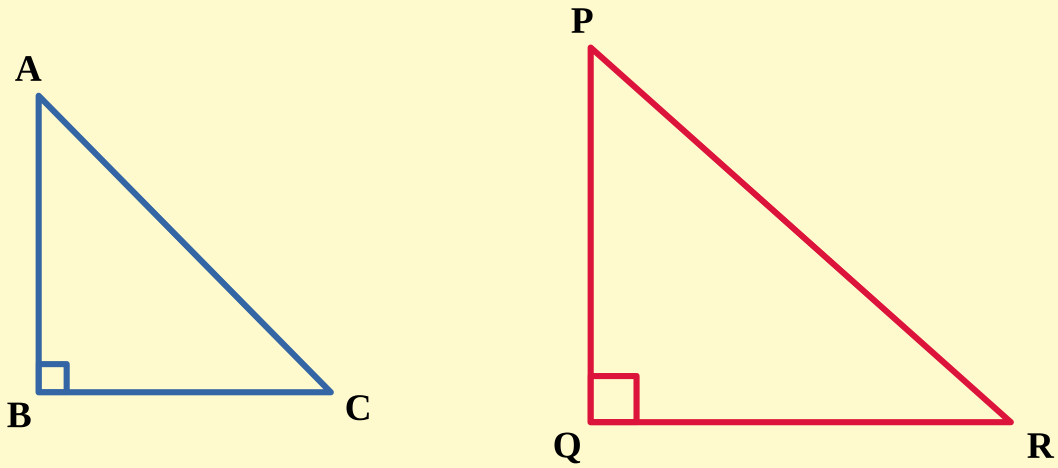
രണ്ടു വശങ്ങളിലെ മാറ്റം ഒരേ തോതിലും, അവയുടെ ഇടയിലെ കോണുകൾ തുല്യവും ആയ ത്രികോണങ്ങളിൽ മൂന്നാം വശങ്ങളിലെ മാറ്റവും ഇതേ തോതിലാണ്. മറ്റു രണ്ടു കോണുകളും തുല്യവുമാണ്.

Page no: 117 & 118



(1) രണ്ടു മട്ടത്രികോണങ്ങളുടെ ലംബവശങ്ങളിലെ മാറ്റം ഒരേ തോതിലാണെങ്കിൽ, അവയുടെ കർണ്ണങ്ങളിലെ മാറ്റവും ഇതേ തോതിലാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം



മട്ടത്രികോണം ABC ഉം PQR ഉം പരിഗണിച്ചാൽ

$\frac{AB}{PQ}=\frac{BC}{QR}$ (തന്നിട്ടുണ്ട്)

$\angle B=\angle Q= 90°$

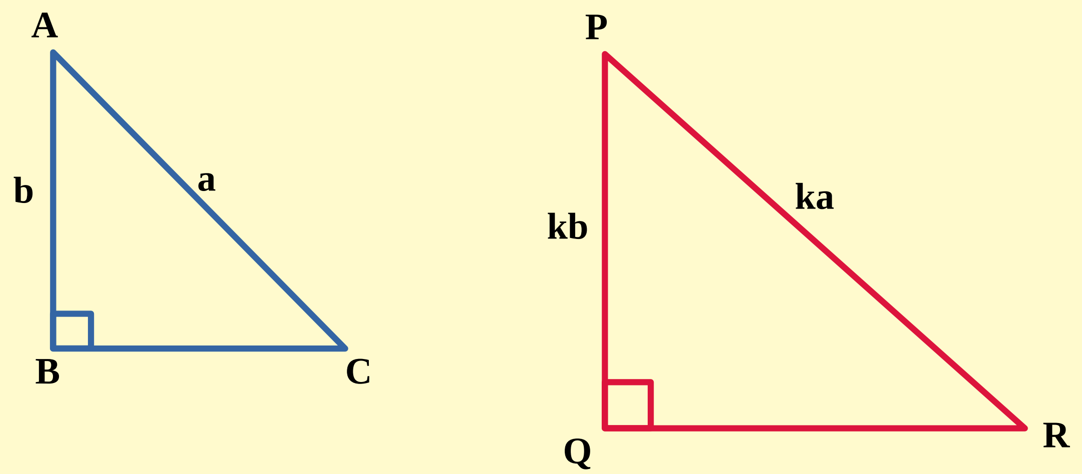
രണ്ടു വശങ്ങളിലെ മാറ്റം ഒരേ തോതിലാകുകയും അവയുടെ ഇടയിൽ ഒരേ കോണളവുകൾ

ആയിരിക്കുകയും ചെയ്താൽ ത്രികോണങ്ങൾ സാദൃശ്യമാണ് .

അതുകൊണ്ടു മൂന്നാമത്തെ വശങ്ങളായ AC യിലും PR ലും ഉള്ള മാറ്റവും ഇതേ തോതിൽ ആണ് .

(2) രണ്ടു മട്ടത്രികോണങ്ങളുടെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു വശങ്ങളിലെ മാറ്റം ഒരേ തോതിലാണെങ്കിൽ, മൂന്നാമത്തെ വശങ്ങളിലെ മാറ്റവും ഇതേ തോതിലാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം



ΔABC ൽ

BC= $\sqrt{AC^2 - AB^2}$

BC= $\sqrt{a^2 - b^2}$

ΔPQR ൽ

QR= $\sqrt{PR^2 - PQ^2}$

QR= $\sqrt{(ka)^2 - (kb)^2}$

QR= $\sqrt{k^2 a^2 - k^2 b^2}$

QR= $\sqrt{k^2 (a^2 - b^2)}$

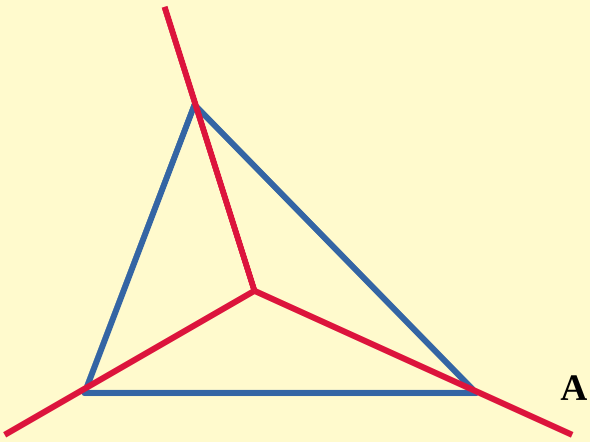
QR= k $\sqrt{a^2 - b^2}$

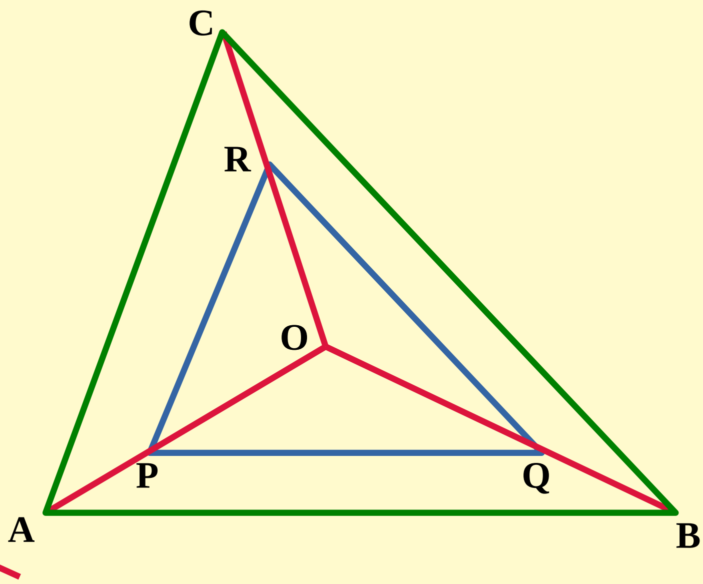
ഇതിൽ നിന്നും മൂന്നാം വശത്തിലെ മാറ്റവും ഒരേ തോതിൽ ആണ് .

(3) ഒരു ത്രികോണം വരച്ച്, അതിനുള്ളിൽ ഒരു കുത്തിടുക. ത്രികോണത്തിന്റെ മൂലകൾ ഈ കുത്തുമായി യോജിപ്പിച്ചു വരയ്ക്കുക. ഈ വരകളോരോന്നും അവയുടെ പകുതി കൂടി പുറത്തേക്ക് നീട്ടി, അറ്റങ്ങൾ യോജിപ്പിക്കുക:

ഇങ്ങനെ കിട്ടിയ വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം, ആദ്യത്തെ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ ഒന്നര മടങ്ങാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം





ΔOPQ , ΔOAB ഇവയിൽ OA = $1\frac{1}{2}$ OP , OB = $1\frac{1}{2}$ OQ

അതായത് രണ്ടു വശങ്ങളുടെയും മാറ്റം ഒരേ തോതിൽ ആണ് .

കൂടാതെ $\angle AOB = \angle POQ$

$\therefore$ AB= $1\frac{1}{2}$ PQ ആയിരിക്കും .

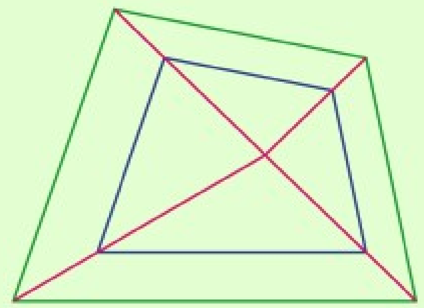
ഇതുപോലെ ,

BC= $1\frac{1}{2}$ QR

AC= $1\frac{1}{2}$ PR എന്നുകിട്ടും .

അതായത് വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെല്ലാം ആദ്യ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ ഒന്നര മടങ്ങാണ്.

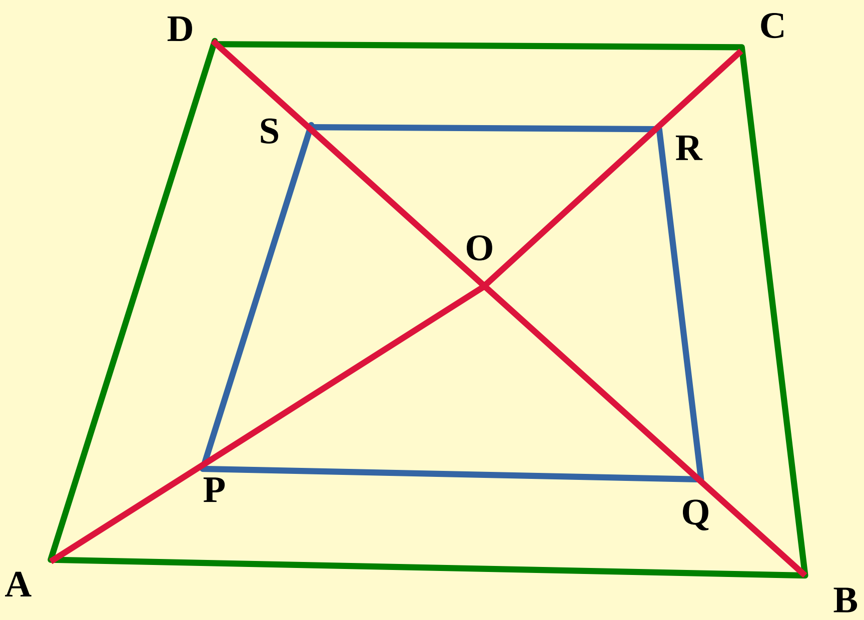
(4) ഒരു ചതുർഭുജത്തിനകത്തെ ഒരു ബിന്ദുവും ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളും യോജിപ്പിക്കുന്ന വരകൾ, ഒരേ തോതിൽ പുറത്തേക്കു നീട്ടുന്നു; ഈ വരകളുടെ അറ്റങ്ങൾ യോജിപ്പിച്ച് മറ്റൊരു ചതുർഭുജമുണ്ടാക്കുന്നു.



(i) വലിയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങൾ, ചെറിയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളെ ഒരേ തോതിൽ വലുതാക്കിയതാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

(ii) രണ്ടു ചതുർഭുജങ്ങൾക്കും ഒരേ കോണുകളാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം



ΔOPQ , ΔOAB ഇവയിൽ

OA = k×OP , OB = k × OQ

അതായത് രണ്ടു വശങ്ങളുടെയും മാറ്റം ഒരേ തോതിൽ ആണ് .

കൂടാതെ ∠AOB = ∠POQ

അതായതു ഈ ത്രികോണങ്ങളിലെ രണ്ടു വശങ്ങളുടെ മാറ്റം ഒരേ തോതിലും അവയ്ക്കിടയിൽ ഉള്ള കോണുകൾ തുല്യവും ആണ് .

∴ AB = k × PQ ആയിരിക്കും .

കൂടാതെ ∠OPQ = ∠OAB

∠OQP = ∠OBA

ഇതുപോലെ ,

BC = k × QR

CD = k × SR

AD = k × PS എന്ന് കാണാം.

അതായത്ു വലിയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങൾ ചെറിയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ വശങ്ങളെ ഒരേ തോതിൽ വലുതാക്കിയതാണ് . കൂടാതെ ഈ നാല് ജോടി ത്രികോണങ്ങളുടെയും കോണുകൾ തുല്യമാണ് .

∴PQRS എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളിൽ വരുന്ന കോണുകൾ ABCD എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ മൂലകളിൽ വരുന്ന കോണുകൾക്കു തുല്യമായിരിക്കും .