വൃത്തങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകൾ മാറുന്നത്, വ്യാസങ്ങൾ മാറുന്ന അതേ തോതിലാണ്

Page No : 155

(1) വ്യാസം 2 മീറ്ററായ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് ഏകദേശം 6.28 മീറ്ററാണെന്നു അളന്നു കണ്ടുപിടിച്ചു.

(i) വ്യാസം 4 മീറ്ററായ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവെത്രയാണെന്ന് അളക്കാതെ എങ്ങനെ കണക്കാക്കും ?

(ii) വ്യാസം 1 മീറ്ററായ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവോ ?

(iii) വ്യാസം 3 മീറ്ററായാലോ ?

ഉത്തരം

വ്യാസം 2 m ആയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 6.28m

(i) വ്യാസം 4 m ആയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $2 \times 6.28 = 12.56$ m (വ്യാസം 2 മടങ്ങ്)

(ii) വ്യാസം 1 m ആയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $\frac{1}{2} \times 6.28 = 3.14$m (വ്യാസം പകുതി)

(iii) വ്യാസം 3 m ആയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $1\frac{1}{2} \times 6.28$

$= \frac{3}{2} \times 6.28 = 9.42$m (വ്യാസം $1\frac{1}{2}$ മടങ്ങ്)

(2) ഒരു കമ്പി വളച്ച് 4 സെന്റിമീറ്റർ വ്യാസമുള്ള വൃത്തമുണ്ടാക്കി. ഇതിന്റെ പകുതി നീളമുള്ള കമ്പി വളച്ചുണ്ടാക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമെന്തായിരിക്കും ?

ഉത്തരം

ചുറ്റളവ് പകുതി ആകുമ്പോൾ വ്യാസവും പകുതി ആകുന്ന .

$\therefore$ വ്യാസം = $\frac{1}{2} \times 4 = 2$cm

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, അതിന്റെ വ്യാസത്തിന്റെ π മടങ്ങാണ്.

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, അതിന്റെ ആരത്തിന്റെ 2π മടങ്ങാണ്.

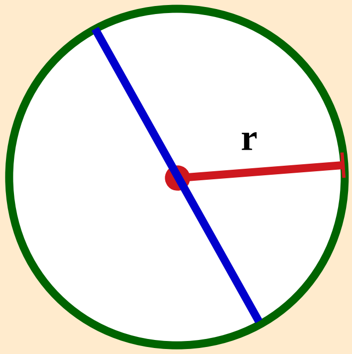
വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $2\pi r$

OR

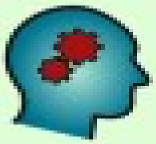
വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = πd

വ്യാസം (d) = 2r

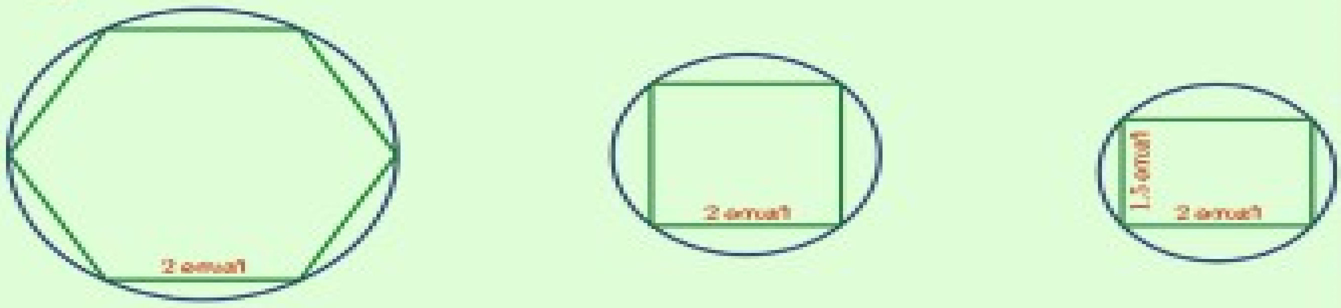
π യുടെ ഏകദേശവില ≈ 3.14



Page No : 157 & 158

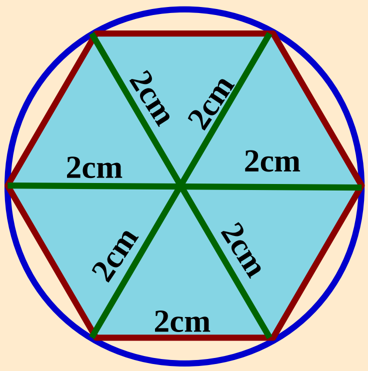


(1) ചുവടെ വരച്ചിരിക്കുന്ന വൃത്തങ്ങളുടെയെല്ലാം ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.



ഉത്തരം

(i)

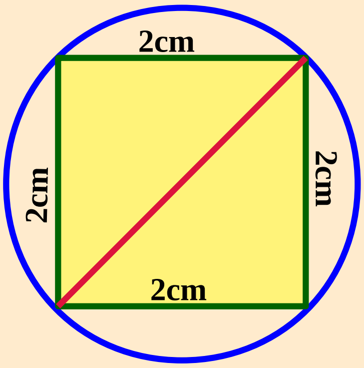


സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളം = വൃത്തത്തിന്റെ ആരം (r) = 2cm

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $2\pi r$

∴ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $2\pi \times 2 = 4\pi$ cm

(ii)



സമചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണം = വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം

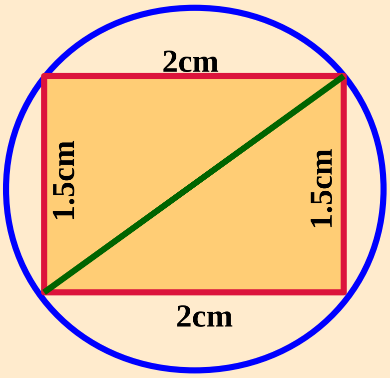
വ്യാസം (d) = $\sqrt{2^2+2^2}$

= $\sqrt{4+4}=\sqrt{8}$ = 2 $\sqrt{2}$

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = πd = π × 2 $\sqrt{2}$

∴ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 2 $\sqrt{2}$ π cm

(iii)



ചതുരത്തിന്റെ വികർണ്ണം = വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം

വ്യാസം (d) = $\sqrt{2^2+1.5^2}$

= $\sqrt{4+2.25}=\sqrt{6.25}$

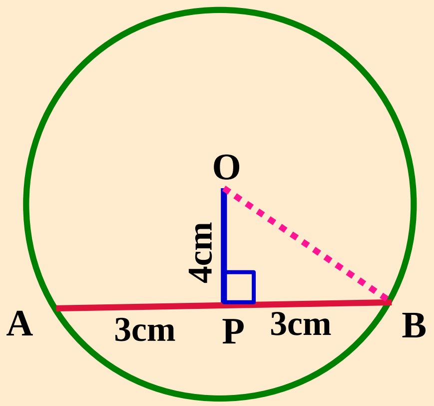
= 2.5cm

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = πd = π × 2.5

∴ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 2.5 π cm

(2) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 4 സെന്റി മീറ്റർ അകലെയുള്ള ഞാണിന്റെ നീളം 6 സെന്റി മീറ്ററാണ്. വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം



OP = 4cm

PB= $\frac{1}{2}$ × 6 = 3cm

മട്ടത്രികോണം OPB ൽ നിന്നും

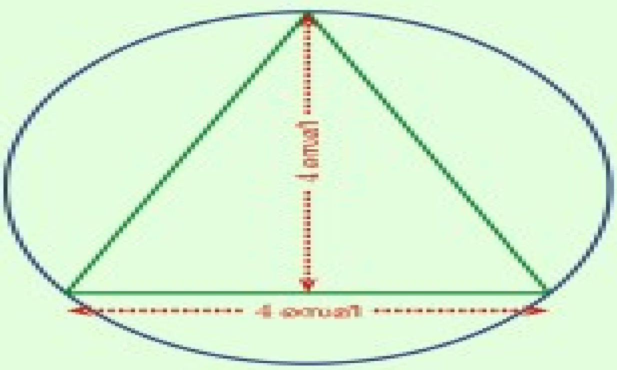
ആരം (r) = OB = $\sqrt{3^2+4^2}$

= $\sqrt{9+16}=\sqrt{25}$ = 5cm

വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 2πr

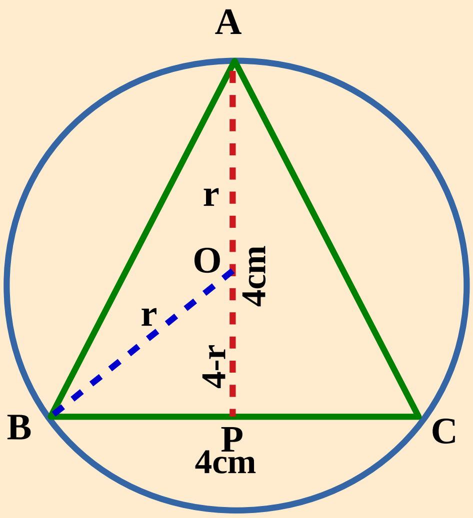
∴ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 2π × 5 = 10 π cm

(3) ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ, വൃത്തത്തിലെ മൂന്നു ബിന്ദുക്കൾ മൂലകളായി പാദവും ഉയരവും 4 സെന്റിമീറ്ററായ സമപാർശ്വത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നു.



വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം



സമപാർശ്വത്രികോണമായതിനാൽ ഉന്നതി പാദത്തിന്റെ ലംബസമഭാജി ആയിരിക്കും .

∴ BP= $\frac{4}{2}$ =2cm

ആരം = r ആയാൽ

മട്ടത്രികോണം OPB ൽ , OP=4–r , OB=r

$r^2 = (4-r)^2 + 2^2$

$r^2 = 4^2 - 2\times4\times r + r^2 + 4$

$r^2 = 16 - 8r + r^2 + 4$

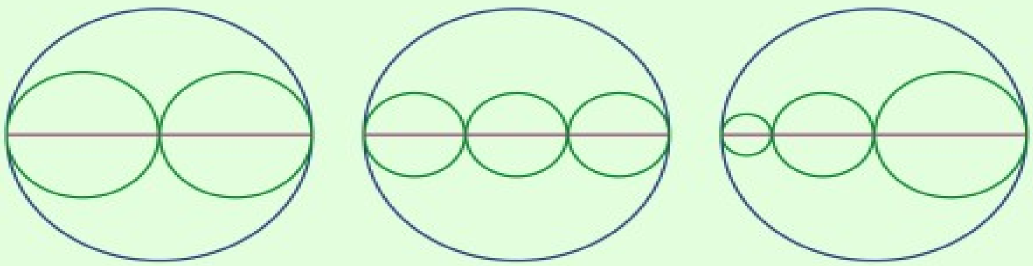
$0 = 20 - 8r$

$8r = 20$

∴ $r = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$

∴ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $2\pi \times \frac{5}{2} = 5\pi$ cm.

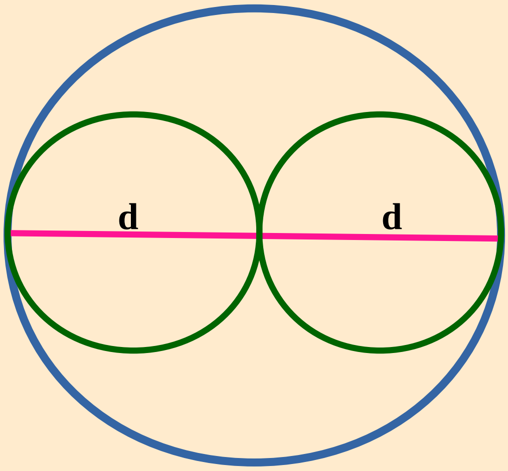
(4) ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിലെല്ലാം, വൃത്തങ്ങളുടെ കേന്ദ്രങ്ങൾ ഒരേ വരയിലാണ്. ആദ്യത്തെ രണ്ടു ചിത്രങ്ങളിൽ, ചെറിയ വൃത്തങ്ങൾക്ക് ഒരേ വ്യാസമാണ്.



എല്ലാ ചിത്രങ്ങളിലും, ചെറിയ വൃത്തങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകളുടെ തുകയാണ് വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് എന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം

(i)



ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം d ആയാൽ

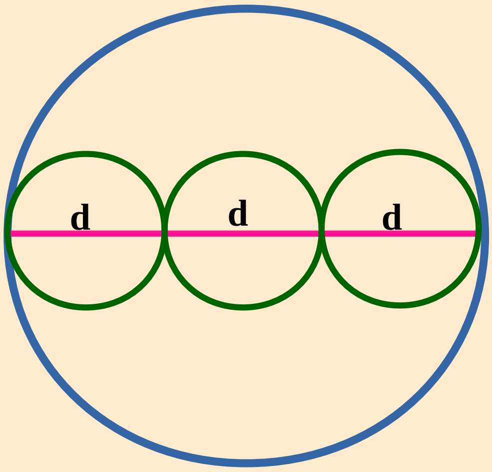
ഒരു ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = πd

∴ രണ്ട് ചെറിയ വൃത്തങ്ങളുടെയും ചുറ്റളവ് = $\pi d + \pi d = 2\pi d$

വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം = 2d

∴ വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $2\pi d$

(ii)



ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം d ആയാൽ

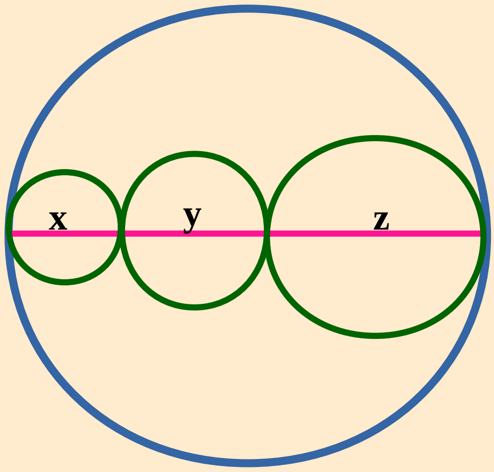
ഒരു ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = πd

∴ മൂന്ന് ചെറിയ വൃത്തങ്ങളുടെയും ചുറ്റളവ് = $\pi d + \pi d + \pi d = 3\pi d$

വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം= 3d

∴ വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $3\pi d$

(iii)



ചെറിയ വൃത്തങ്ങളുടെ വ്യാസം വലുപ്പക്രമത്തിൽ x, y, z ആയാൽ

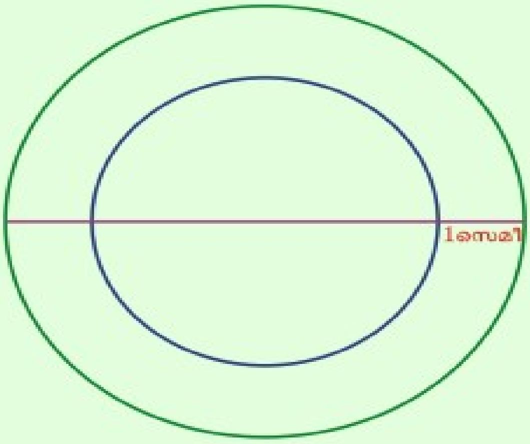
ചെറിയ വൃത്തങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകളുടെ തുക = $\pi x+\pi y+\pi z = \pi(x+y+z)$

വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം= x+y+z

∴ വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $\pi(x+y+z)$

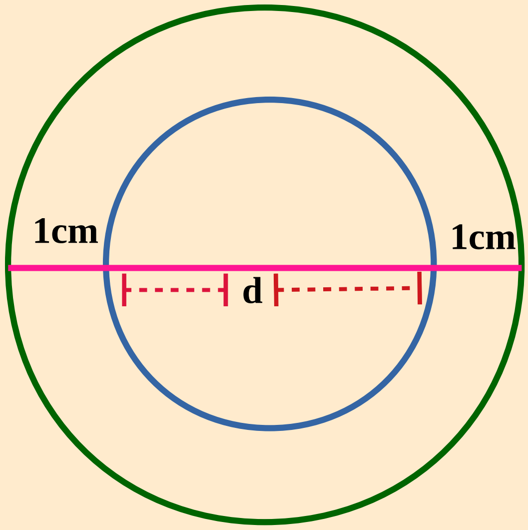
മൂന്ന് ചിത്രത്തിലും ചെറിയ വൃത്തങ്ങളുടെ ചുറ്റളവുകളുടെ തുക വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന് തുല്യമാണെന്ന് തെളിഞ്ഞിരിക്കുന്നു.

(5) ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ, ഒരേ കേന്ദ്രമായ രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു.



വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവിനേക്കാൾ എത്ര കൂടുതലാണ് ?

ഉത്തരം



ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം d ആയാൽ

ചെറിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = πd

വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം= d+1+1 = d+2

വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = $\pi(d+2)$

ചുറ്റളവുകളുടെ വ്യത്യാസം = $\pi(d+2) - \pi d$

$= \pi d + 2\pi - \pi d$

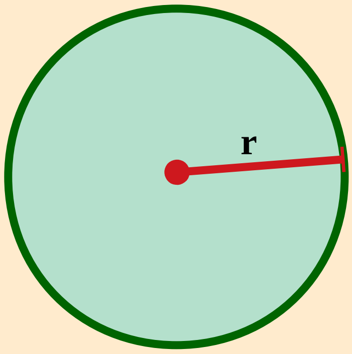
∴ ചുറ്റളവുകളുടെ വ്യത്യാസം = 2π cm

വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, അതിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെയും ആരത്തിന്റെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതിയാണ്.

വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, ആരവർഗത്തിന്റെ π മടങ്ങാണ്.

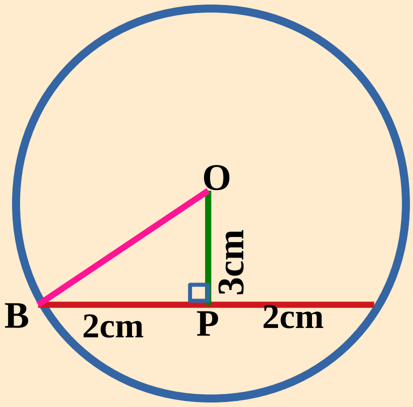
വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = πr^2



Page No : 162, 163,164

(1) ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 3 സെന്റിമീറ്റർ അകലെയുള്ള ഞാണിന്റെ നീളം 4 സെന്റിമീറ്ററാണ്. വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം



മട്ടത്രികോണം OPB ൽ ,

ആരം (r) OB = $\sqrt{3^2+2^2}$

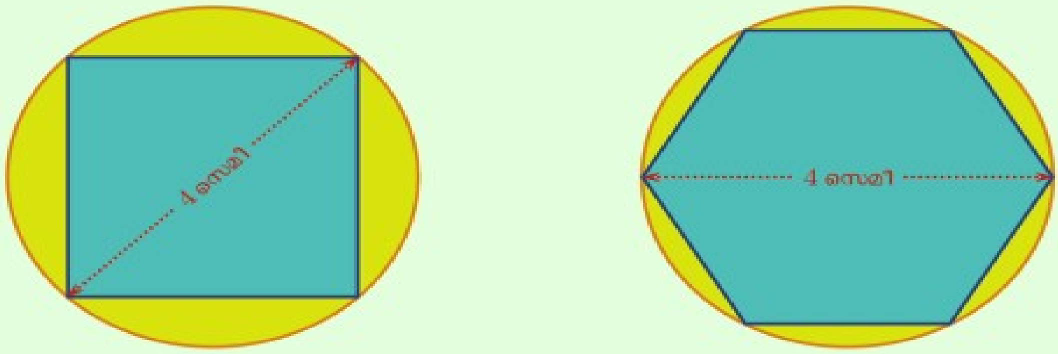
= $\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = πr^2

വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\pi(\sqrt{13})^2$

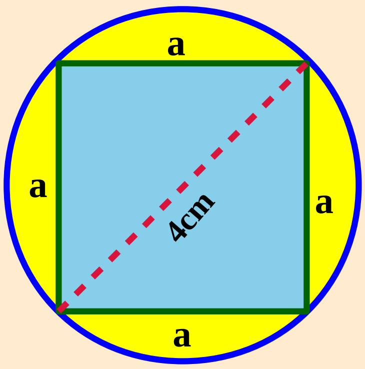
∴ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = 13π cm²

(2) ചുവടെയുള്ള ചിത്രങ്ങളിൽ, വൃത്തത്തിന്റെയും സമബഹുഭുജത്തിന്റെയും പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം രണ്ടു ദശാംശസ്ഥാനങ്ങൾ വരെ കണക്കാക്കുക



ഉത്തരം

(i)



സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങൾ 'a' ആയാൽ

$a^2 + a^2 = 4^2$

$2a^2 = 16$

$a^2 = \frac{16}{2} = 8$

വശം 'a' = $\sqrt{8}$

സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $a^2 = (\sqrt{8})^2 = 8cm^2$

വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം = 4cm

ആരം (r) = 2cm

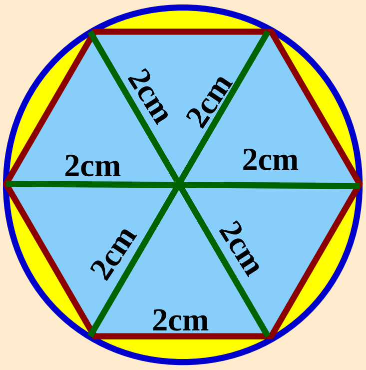
വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = πr^2

വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\pi \times 2^2 = 4\pi$

$= 4 \times 3.14 = 12.56 \ cm^2$

∴ പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം = $12.56 - 8 = 4.56 \ cm^2$

(ii)



വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\pi \times 2^2 = 4\pi$

$= 4 \times 3.14 = 12.56\ cm^2$

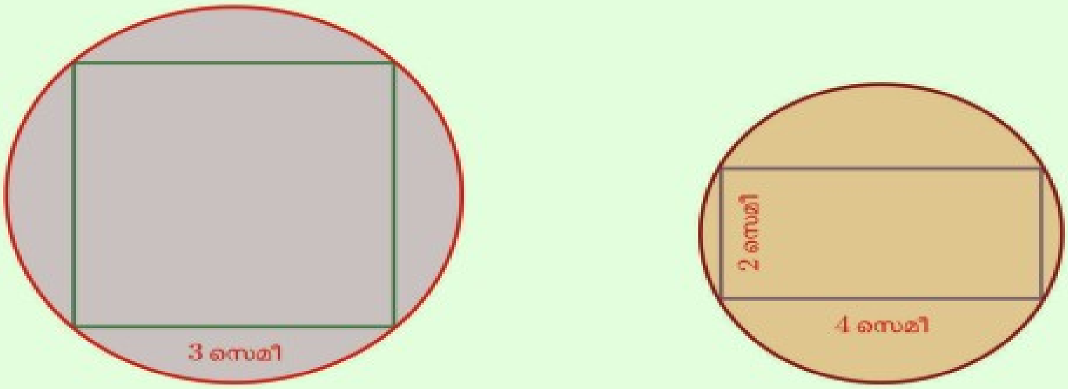
സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ വശം = 2cm

സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{6 \times \sqrt{3} \times 2^2}{4} = 6\sqrt{3}\ cm^2$

സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $6 \times 1.73 = 10.38 cm^2$

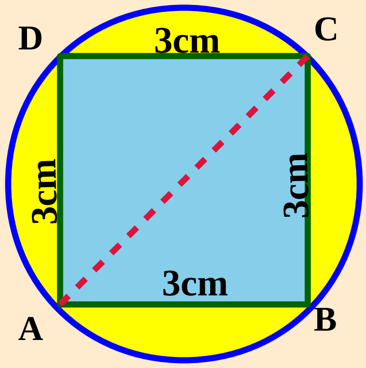
∴ പരപ്പളവുകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം = $12.56 - 10.38 = 2.18 cm^2$

(3) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ നാലു മൂലകളിൽക്കൂടിയും, ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നാലു മൂലകളിൽക്കൂടിയും വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചത് ചുവടെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു:



രണ്ടു വൃത്തങ്ങളുടെയും പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം



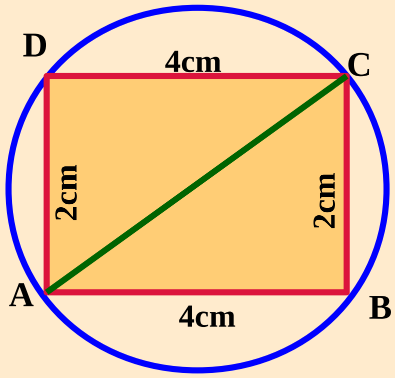
വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം AC = $\sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$

ആരം (r) = $\frac{\sqrt{18}}{2}$

വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\pi \times \left(\frac{\sqrt{18}}{2}\right)^2$

∴ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{9}{2} \pi$ cm²

(II)



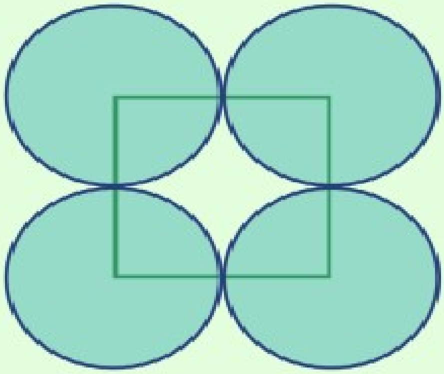
വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം AC = $\sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ cm

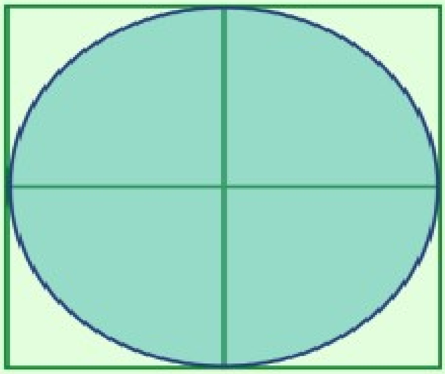
ആരം (r) = $\frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\pi \times (\sqrt{5})^2$

∴ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = 5π cm²

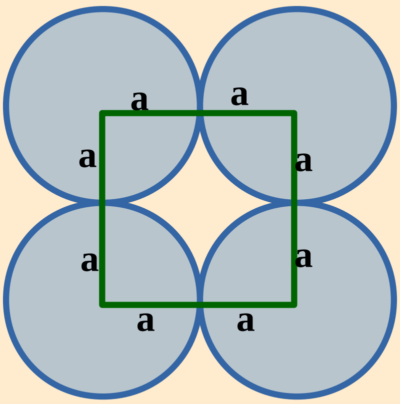
(4) ഒരു സമചതുരം വരച്ച്, അതിന്റെ നാലു മൂലകൾ കേന്ദ്രമായും, വശത്തിന്റെ പകുതി ആരമായും വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. ആദ്യത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ അതേ വലുപ്പമുള്ള നാലു സമചതുരങ്ങൾ ചേർന്ന സമചതുരം വരച്ച്, അതിനുള്ളിൽ കൃത്യമായി ചേർന്നിരിക്കുന്ന വൃത്തം വരയ്ക്കുക:

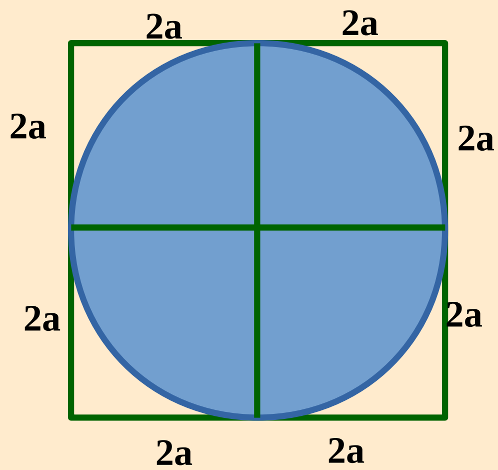




വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, നാലു ചെറുവൃത്തങ്ങളുടെയും പരപ്പളവുകളുടെ തുകയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം





ആദ്യ ചിത്രത്തിൽ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം 2a ആയാൽ ചെറിയ വൃത്തങ്ങളുടെ

ആരം a ആയിരിക്കും

4 ചെറിയ വൃത്തങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് = $4\times\pi\times a^2 = 4\pi a^2$

രണ്ടാം ചിത്രത്തിൽ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം 4a ആയതിനാൽ

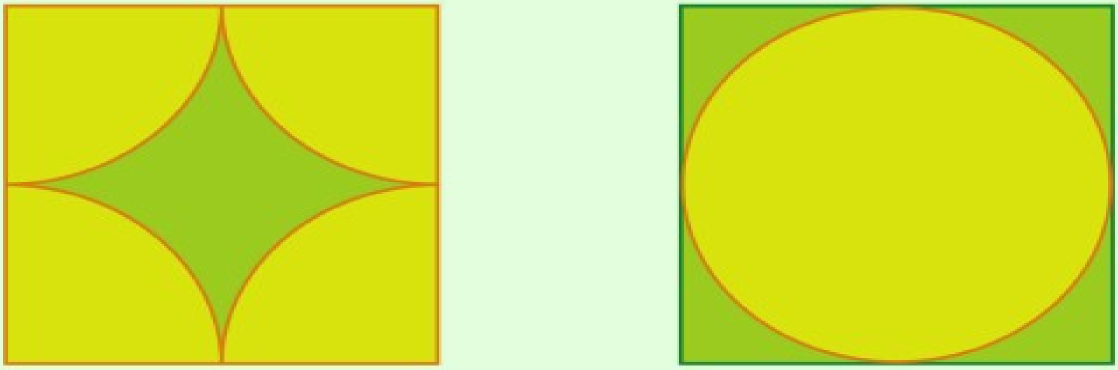
ആരം 2a ആയിരിക്കും.

വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\pi\times(2a)^2 = 4\pi a^2$

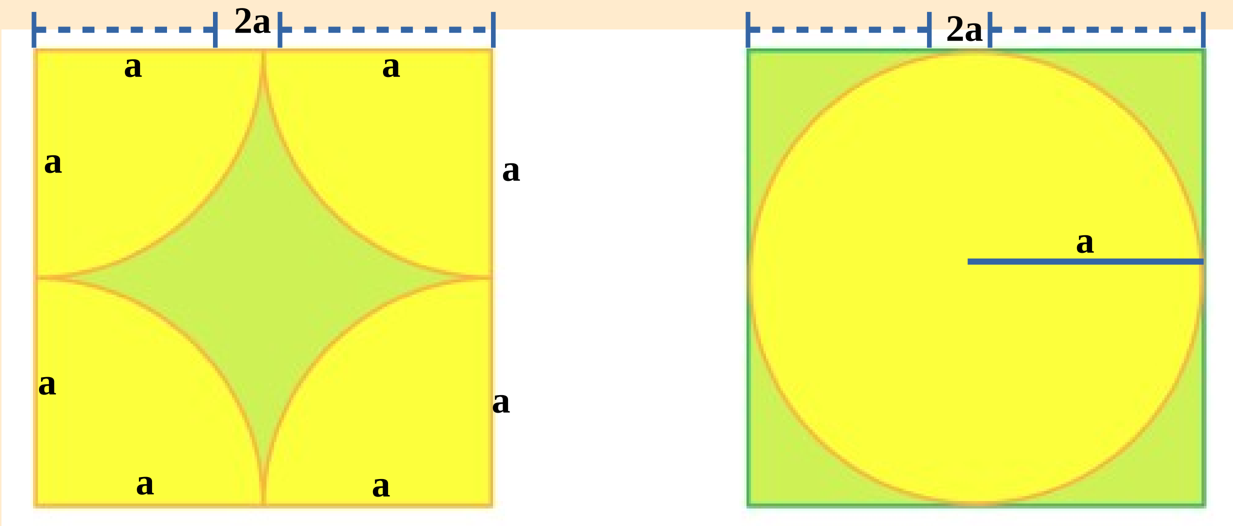
∴ചെറിയ നാല് വൃത്തങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകളുടെ തുകയായിരിക്കും

വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

(5) ചുവടെയുള്ള രണ്ട് ചിത്രങ്ങളിലെയും സമചതുരങ്ങൾക്ക് ഒരേ വലുപ്പമാണ്. ചിത്രങ്ങളിലെ പച്ച ഭാഗങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണെന്നു തെളിയിക്കുക.



ഉത്തരം



ആദ്യ ചിത്രത്തിൽ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം 2a ആയാൽ, ആരം a ആയിരിക്കും

പച്ച ഭാഗത്തെ പരപ്പളവ് = സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് – ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

$= (2a)^2 - \pi a^2$

$= 4a^2 - \pi a^2$

$= a^2(4 - \pi)$ Sq.unit ----(1)

രണ്ടാം ചിത്രത്തിൽ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം 2a ആയതിനാൽ, ആരം a ആയിരിക്കും

പച്ച ഭാഗത്തെ പരപ്പളവ് = സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് – വലിയ വൃത്തത്തിന്റെ പരപ്പളവ്

$= (2a)^2 - \pi a^2$

$= 4a^2 - \pi a^2$

$= a^2(4 - \pi)$ Sq.unit ----(2)

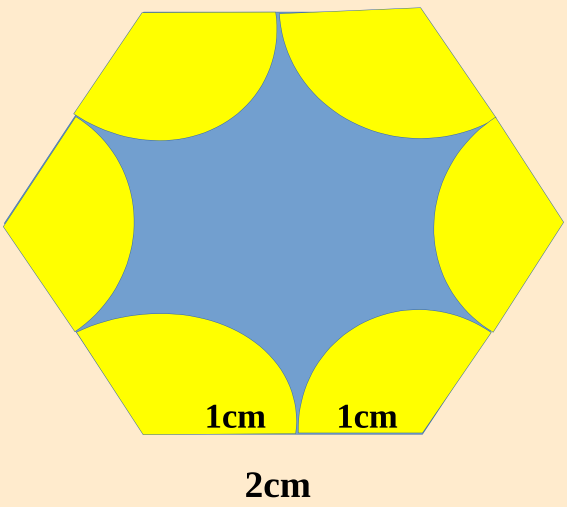
∴ (1), (2) ൽ നിന്നും പച്ച ഭാഗങ്ങൾക്ക് ഒരേ പരപ്പളവ് ആണ് .

(6) ഒരു സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ മൂലകൾ കേന്ദ്രമായി വൃത്തഭാഗങ്ങൾ വരച്ച്, ചുവടെക്കാണുന്ന രൂപം വെട്ടിയെടുക്കുന്നു:

2 സെമീ

മുറിച്ചെടുത്ത രൂപത്തിന്റെ പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക.

ഉത്തരം



ആദ്യചിത്രത്തിൽ 6 വൃത്തഭാഗങ്ങൾ ചേർന്നാൽ 2 വൃത്തങ്ങൾ കിട്ടും .

വൃത്തത്തിന്റെ ആരം = 1cm

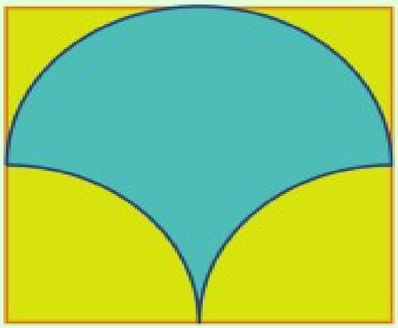
2 വൃത്തങ്ങളുടെ പരപ്പളവ് = $2\times \pi \times 1^2 = 2\pi$ cm²

സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $\frac{6\times\sqrt{3}\times 2^2}{4} = 6\sqrt{3}$ cm^2

മുറിച്ചെടുത്ത രൂപത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = സമഷഡ്ഭുജത്തിന്റെ പരപ്പളവ് – 2 വൃത്തങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്

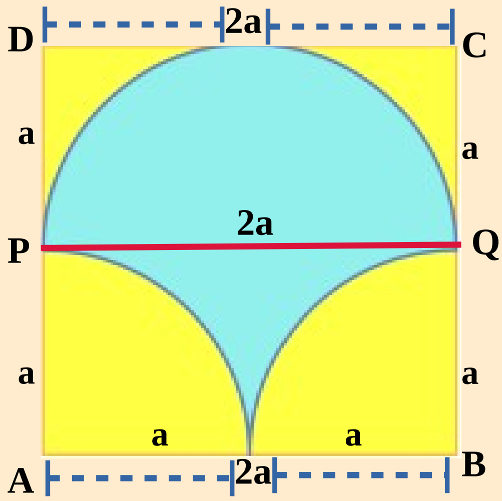
∴ മുറിച്ചെടുത്ത രൂപത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $(6\sqrt{3} - 2\pi)$ cm^2

(7) ഒരു സമചതുരത്തിനുള്ളിൽ, ചുവടെക്കാണുന്നതുപോലെ വൃത്തഭാഗങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നു.



ചിത്രത്തിൽ നീലനിറം കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ പകുതിയാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരം



സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു വശം 2a ആയാൽ,

സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = $(2a)^2 = 4a^2$

ചിത്രത്തിൽ കാണുന്നപോലെ സമചതുരത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ മധ്യഭാഗങ്ങൾ തമ്മിൽ യോജിക്കുമ്പോൾ രണ്ടു ചതുരങ്ങളായി മാറുന്നു .

ചതുരം PQCD ൽ നീലഭാഗത്തെ പരപ്പളവ് = $\frac{\pi \times a^2}{2}$ ------ (1)

ചതുരം PQAB ൽ നീലഭാഗത്തെ പരപ്പളവ് = ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് – 2 വൃത്തഭാഗങ്ങളുടെ പരപ്പളവ്

$= 2a^2 - \frac{\pi \times a^2}{2}$

$= \frac{4a^2 - \pi a^2}{2}$ ------ (2)

നീല നിറത്തിൽ ഉള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് = (1) + (2)

$= \frac{\pi a^2}{2} + \frac{4a^2 - \pi a^2}{2}$

$= \frac{4a^2}{2} = 2a^2$

∴ നീല നിറത്തിൽ ഉള്ള ഭാഗത്തിന്റെ പരപ്പളവ് സമചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ

പകുതി എന്ന് തെളിഞ്ഞിരിക്കുന്നു