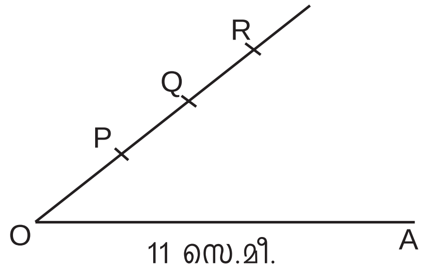
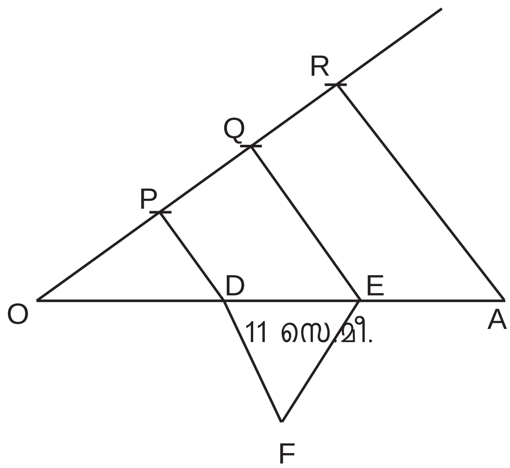
സമാന്തര വരകൾ
പേജ് 39 ഉത്തരങ്ങൾ

1. 11 സെ.മീ. ചുറ്റളവുള്ള സമഭുജ ത്രികോണം വരയ്ക്കുക.



11 സെ.മീ. നീളത്തിൽ OA വരയ്ക്കുന്നു. രണ്ടാമതായി വരയ്ക്കുന്ന വരയെ കോമ്പസ് ഉപയോഗിച്ച് OP = PQ = QR ആകത്തക്കവിധം 3 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു.

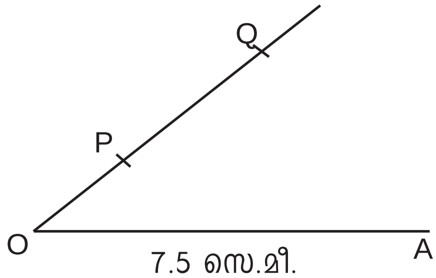


RA യോജിപ്പിക്കുന്നു. സെറ്റ് സ്ക്വയറും സ്കെയിലും ഉപയോഗിച്ച് RA യ്ക്ക് സമാന്തരമായി P യിൽ കൂടിയും Q വിൽ കൂടിയും സമാന്തരവരകൾ OA യിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്നു. OA യിൽ കിട്ടുന്ന 3 തുല്യഭാഗങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് OD = DE = EA സമഭുജത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നു.

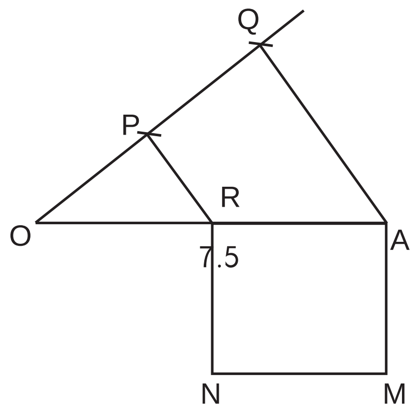
2. 15 സെ.മീ. ചുറ്റളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക.

15/2 = 7.5

7.5 സെ.മീ. നീളത്തിൽ OA വരയ്ക്കുന്നു.

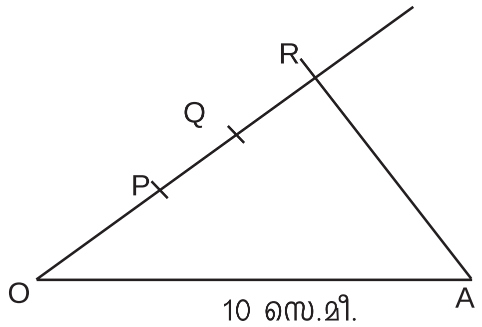


രണ്ടാമതായി വരയ്ക്കുന്ന വരയെ കോമ്പസ് ഉപയോഗിച്ച് OP = PQ ആകത്തക്കവിധം രണ്ടു തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു.

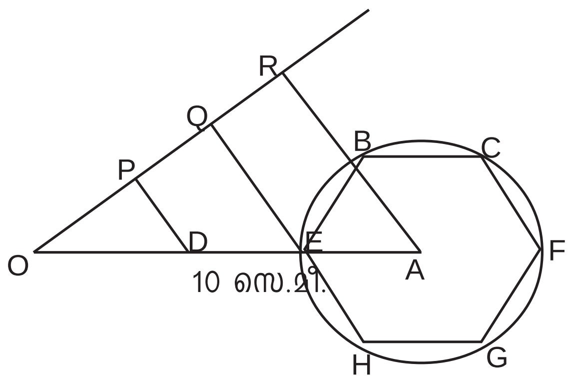


QA യോജിപ്പിക്കുക. QA യ്ക്ക് സമാന്തരമായി P യിൽക്കൂടി OA യിലേക്ക് സമാന്തരവര വരയ്ക്കുക. തുടർന്ന് OA യിൽ കിട്ടുന്ന രണ്ടു തുല്യഭാഗങ്ങൾ (QR = RA) ഏതെങ്കിലുമൊന്ന് വശമായി സമചതുരം RAMN വരയ്ക്കുക.

3. 20 സെ.മീ. ചുറ്റളവുള്ള സമഷഡ്ഭുജം വരയ്ക്കുക.



10 സെ.മീ. നീളത്തിൽ OA വരയ്ക്കുക. രണ്ടാമതായി വരയ്ക്കുന്ന വരയെ കോമ്പസ് ഉപയോഗിച്ച് OP = PQ = QR ആകത്തക്ക വിധം 3 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. RA യോജിപ്പിക്കുന്നു.



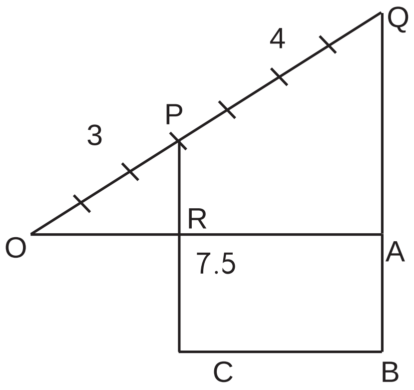
P യിലൂടെയും Q വിലൂടെയും RA യ്ക്ക് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വരകൾ OA യിൽ D, E എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.

OD = DE = EA

OA യിൽ കിട്ടുന്ന 3 തുല്യഭാഗങ്ങളിൽ AE ആരമായി വൃത്തം വരച്ച് അതേ ആരത്തിൽ വൃത്തത്തെ 6 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. അവ യോജിപ്പിച്ച് EBCFGH എന്ന സമഷഡ്ഭുജം വരയ്ക്കുന്നു.

പേജ് 46 ഉത്തരങ്ങൾ

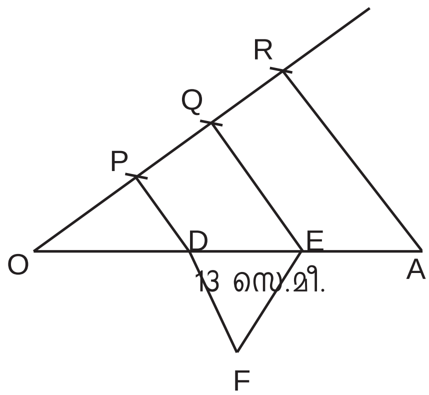
1. ചുറ്റളവ് 15 സെന്റി മീറ്ററും വീതിയും നീളവും 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിലുമായ ചതുരം വരയ്ക്കുക.



OA = 7.5 സെ.മീ. നീളത്തിൽ വരയ്ക്കുക. O യിൽ നിന്നും Q വിലേക്ക് വരച്ച ചരിഞ്ഞ വരയെ കോമ്പസ് ഉപയോഗിച്ച് 7 തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു (3+4 = 7). O യിൽ നിന്ന് 3 യൂണിറ്റ് അകലെ P എന്ന ബിന്ദുവും P യിൽ നിന്ന് 4 യൂണിറ്റ് അകലെ Q എന്ന ബിന്ദുവും അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. QA യോജിപ്പിക്കുന്നു. QA ക്ക് സമാന്തരമായി P യിൽക്കൂടി വരയ്ക്കുന്ന വര OA യിൽ R ൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. RA നീളവും OR വീതിയുമായി ചതുരം RACB വരയ്ക്കുന്നു.

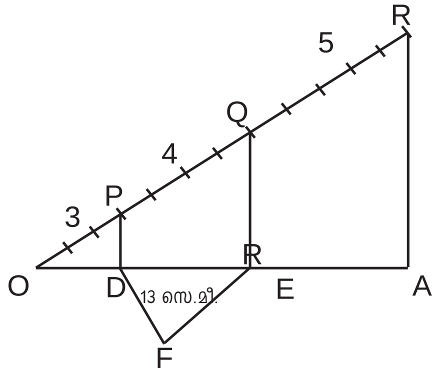
2. ചുവടെപ്പറയുന്ന ഓരോ തരത്തിലുമുള്ള ത്രികോണം, ചുറ്റളവ് 13 സെന്റി മീറ്ററായി വരയ്ക്കുക.

(i) സമഭുജ ത്രികോണം



OA = 13 സെ.മീ. വരയ്ക്കുന്നു. O യിൽ നിന്നും ചരിഞ്ഞ വര വരച്ച് 3 തുല്യസമഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. RA യോജിപ്പിക്കുന്നു. RA യ്ക്ക് സമാന്തരമായി P യിൽ കൂടിയും Q വിൽ കൂടിയും വരയ്ക്കുന്ന സമാന്തര OA യിൽ D, E എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. തുടർന്ന് OA യിൽ കിട്ടുന്ന 3 തുല്യഭാഗങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സമഭുജത്രികോണം DEF വരയ്ക്കുന്നു.

(ii) വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 3 : 4 : 5



ചുറ്റളവ് = 13 സെ.മീ. അതുകൊണ്ട് OA = 13 സെ.മീ. O യിൽ നിന്നും വരയ്ക്കുന്ന ചരിഞ്ഞ വരയെ 12 (3+4+5=12) തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. RA യോജിപ്പിക്കുന്നു. RA യ്ക്ക് സമാന്തരവരകൾ Q വിലൂടെയും P യിലൂടെയും വരയ്ക്കുന്നു. അത് OA എന്ന വരയെ OD, DE, EA എന്നീ 3 ഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. ഈ മൂന്ന് ഭാഗങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് DEF പൂർത്തിയാക്കുന്നു.

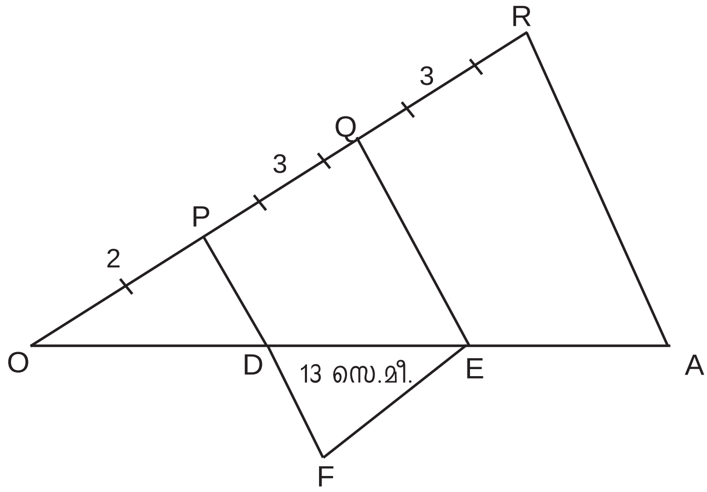
(iii) പാർശ്വവശങ്ങൾ പാദത്തിന്റെ ഒന്നര മടങ്ങായ സമപാർശ്വ ത്രികോണം

പാർശ്വവശങ്ങൾ പാദത്തിന്റെ ഒന്നര മടങ്ങ്.

വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം = $1 : 1^{1/2} : 1^{1/2}$

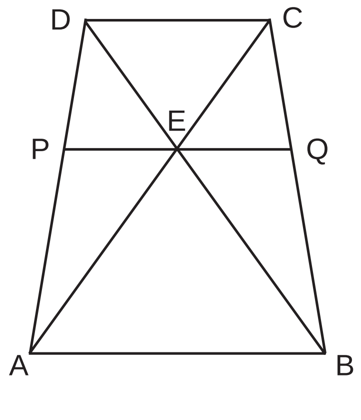
= 1 : 3/2 : 3/2

= 2 : 3 : 3



13 സെ.മീ. നീളത്തിൽ OA വരയ്ക്കുക. O യിൽ നിന്നും വരയ്ക്കുന്ന ചരിഞ്ഞ വരയെ 8 (2+3+3=8) തുല്യഭാഗങ്ങളാക്കുക. P,Q,R എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. RA യ്ക്ക് സമാന്തരമായ P യിൽ കൂടിയും Q വിൽ കൂടിയും വരയ്ക്കുന്ന വര OA യെ OD, DE, EA എന്നീ ഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു. ഈ ഭാഗങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് DEF വരയ്ക്കുന്നു.

3. ഏതു ലംബകത്തിന്റെയും വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം മുറിക്കുന്നത് ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

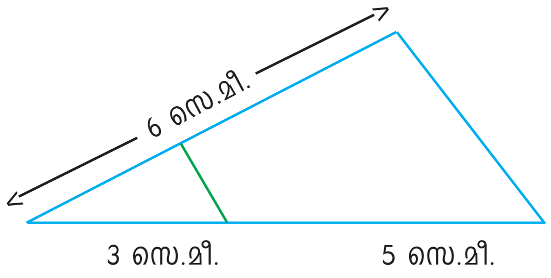


ABCD ലംബകമായതുകൊണ്ട് AB, DC ഇവ സമാന്തരമാണ്. ഇതിന് സമാന്തരമായ PQ വരയ്ക്കുന്നു. 3 സമാന്തര വരകൾ AC, BD എന്നീ വരകളെ ഒരേ അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുന്നു.

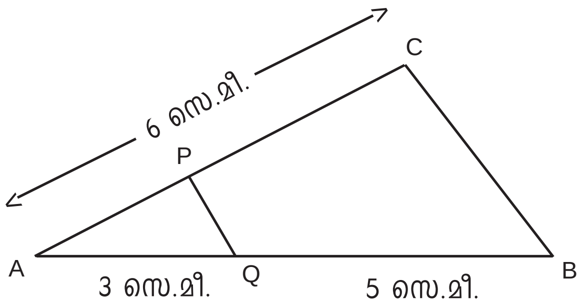
ED/EB = EC/EA

പേജ് 50, 51 ഉത്തരങ്ങൾ

1. **ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിലെ പച്ച വര, നീല ത്രികോണത്തിന്റെ വലതുവശത്തിനു സമാന്തരമാണ്.**



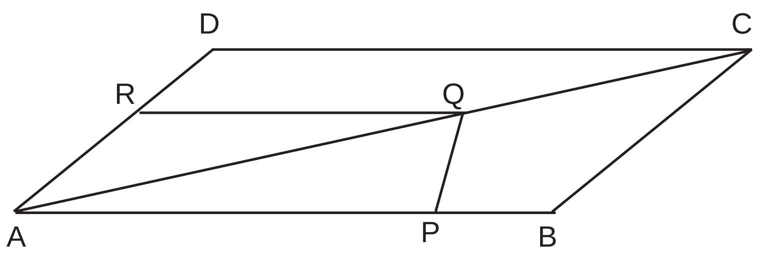
ഈ വര ത്രികോണത്തിന്റെ ഇടതുവശത്തെ മുറിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.



PQ സമാന്തരം BC

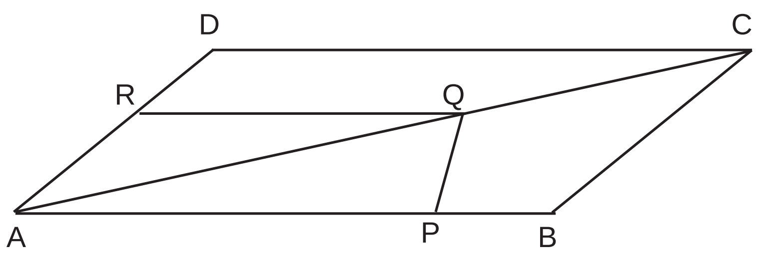
AQ/AB	=	AP/AC
3/8	=	AP/6
8 x AP	=	3 x 6
AP	=	18/8 = 9/4
	=	2.25 സെ.മീ.
PC	=	6 - 2.25 = 3.75 സെ.മീ.

2. **ABCD എന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ AB യിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിൽക്കൂടി BC യ്ക്ക് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, AC യുമായി Q വിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. Q വിലൂടെ AB യ്ക്കു സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, AD യുമായി R ൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.**



i) AP/PB = AR/RD എന്ന് തെളിയിക്കുക

ii) AP/AB = AR/AD എന്ന് തെളിയിക്കുക



i) $\triangle$ABC യിൽ AP/PB = AQ/QC--------------------(1)

$\triangle$ADC യിൽ AR/RD = AQ/QC--------------------(2)

(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

AP/PB = AQ/QC = AR/RD

AP/PB = AR/RD

ii) AP/PB = AR/RD ഇതിൽ നിന്നും

PB/AP = RD/AR

PB/AP + 1 = RD/AR + 1

PB/AP + 1/1 = RD/AR + 1/1

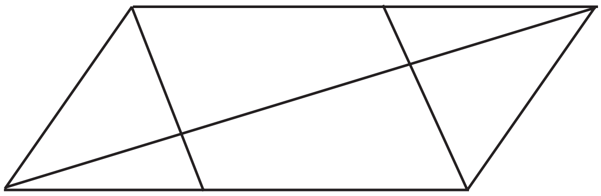
(PBx1 + 1xAP) / AP = (RDx1 + ARx1) / ARx1

(PB+AP) / AP = (RD+AR) / AR

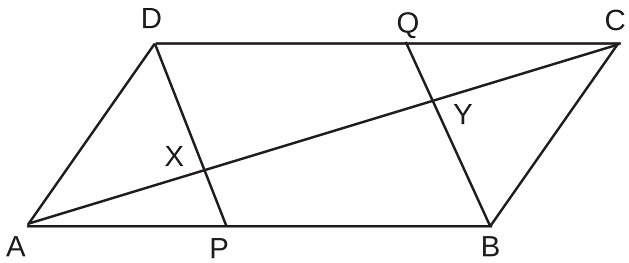
AB/AP = AD/AR [PB + AP = AB
RD + AR = AD]

AP/AB = AR/AD

3. ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ രണ്ടു മൂലകളെ രണ്ടു വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളുമായി യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.



ഈ വരകൾ ചിത്രത്തിലെ വികർണ്ണത്തെ മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു എന്നു തെളിയിക്കുക.



ഇവിടെ AX = XY = YC എന്ന് തെളിയിക്കണം.

ആദ്യം PBQD സാമാന്തരികമാണെന്ന് തെളിയിക്കണം.

ABCD സാമാന്തരികം

അതുകൊണ്ട് AB = CD

AB സമാന്തരം CD

AB = CD

1/2 AB = 1/2 DC

1/2 AB = 1/2 DC

P, AB യുടെ മധ്യബിന്ദു

PB = 1/2 AB

Q, DC യുടെ മധ്യബിന്ദു

DQ = 1/2 DC
PB = 1/2 AB = 1/2 DC = DQ
PB = DQ

PB സമാന്തരം DQ

ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ തുല്യവും സമാന്തരവുമായതിനാൽ PBQD സാമാന്തരികമാണ്.

അതുകൊണ്ട് PD സമാന്തരം BQ

△AYB യിൽ
AP/PB = AX/XY

P, AB യുടെ മധ്യബിന്ദു.

AP = PB
AP / PB = 1
1 = AX/XY
1 x XY = AX
XY = AX------------------------(1)

△CDX ൽ

QC/QD = CY/XY

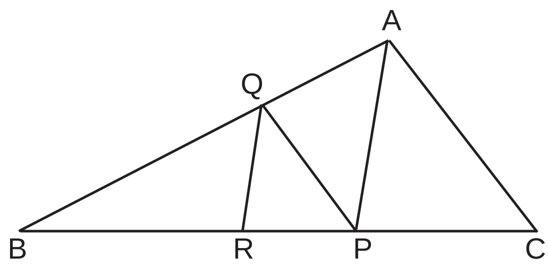
Q, DC യുടെ മധ്യബിന്ദു

QC = QD
QC/QD = 1
1 = CY/XY
1 x XY = CY
XY = CY-----------------(2)

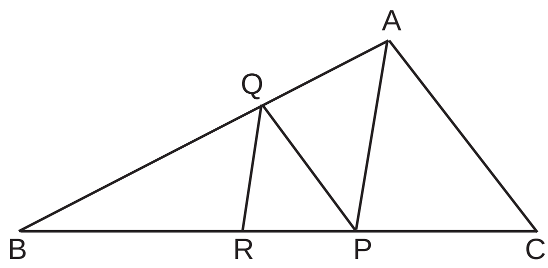
(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

AX = XY = CY

4. **ABC എന്ന ത്രികോണത്തിൽ BC യിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ AC യ്ക്ക് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, AB യുമായി Q വിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. Q വിൽ നിന്ന് AP ക്ക് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, BC യുമായി R ൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.**



BP/PC = BR/RP എന്ന് തെളിയിക്കുക.



QP സമാന്തരം AC

△ABC യിൽ

BP/PC = BQ/QA --------------------------------(1)

△BPA യിൽ

QR സമാന്തരം PA

BR/RP = BQ/QA ------------------------(2)

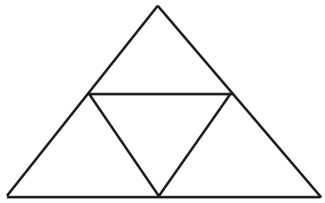
(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

BP/PC = BQ/QA = BR/RP

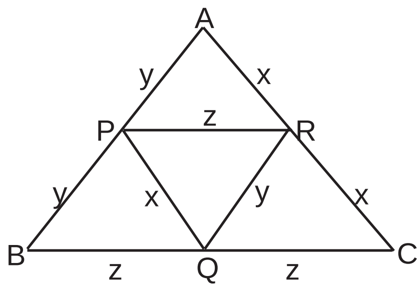
BP/PC = BR/RP

പേജ് 53, 54, 55 ഉത്തരങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് മറ്റൊരു ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നു.



വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ്? പരപ്പളവോ?



ചെറിയ ത്രികോണം PQR ന്റെ വശങ്ങൾ PQ = x, QR = y, PR = z എന്നെടുക്കുന്നു.

ഏത് ത്രികോണത്തിലും രണ്ടുവശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര മൂന്നാമത്തെ വശത്തിനു സമാന്തരവും അതിന്റെ പകുതിയുമാണ്.

PR = z

BC = 2z PQR ന്റെ ചുറ്റളവ് = x + y + z

PQ = x

AC = 2x

QR = y

AB = 2y

△PQR ന്റെ ചുറ്റളവ് = x + y + z

△ABC യുടെ ചുറ്റളവ് = 2x + 2y + 2z

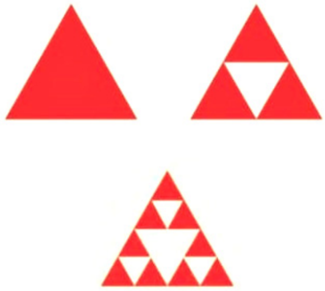
= 2(x+y+z)

= 2 x △PQR ന്റെ ചുറ്റളവ്

ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ 2 മടങ്ങാണ് വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്

ii) ഇവിടെ നാല് ത്രികോണങ്ങളും തുല്യമായതിനാൽ ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ നാലു മടങ്ങാണ് വലുതിന്റെ പരപ്പളവ്.

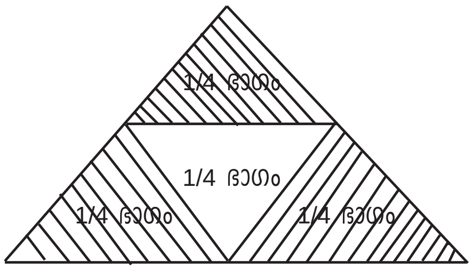
2. ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ.



കടലാസിൽ വെട്ടിയെടുത്ത ഒരു ത്രികോണമാണ് ആദ്യചിത്രം. അതിൽ നിന്ന് വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന നടുവിലെ ചെറിയ ത്രികോണം വെട്ടിമാറ്റിയതാണ് രണ്ടാമത്തെ ചിത്രം. ഇതിലെ മൂന്നു ത്രികോണങ്ങളിൽ നിന്നും ഇതുപോലെ നടുവിലെ ത്രികോണം വെട്ടിമാറ്റിയതാണ് മൂന്നാമത്തെ ചിത്രം.

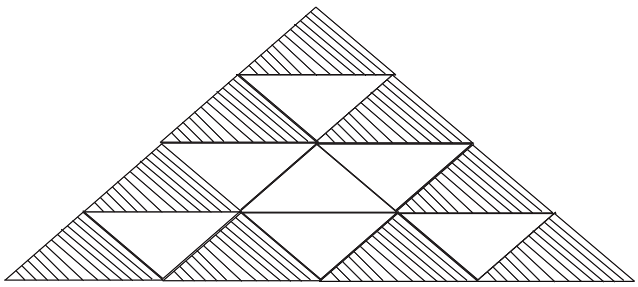
(i) രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിലെ കടലാസിന്റെ പരപ്പളവ്, ആദ്യ ചിത്രത്തിലെ പരപ്പളവിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

ഇവിടെ 4 ത്രികോണങ്ങളും തുല്യമായതിനാൽ ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ 4 മടങ്ങാണ് വലുതിന്റെ പരപ്പളവ്



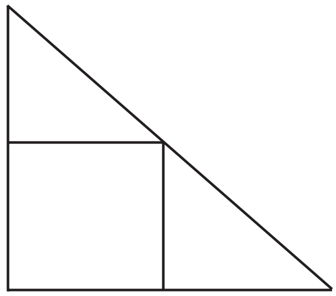
രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിലെ കടലാസിന്റെ പരപ്പളവ് ആദ്യചിത്രത്തിലെ പരപ്പളവിന്റെ 3/4 ഭാഗം (1/4 + 1/4 + 1/4 = 3/4)

(ii) മൂന്നാമത്തെ ചിത്രത്തിലോ?

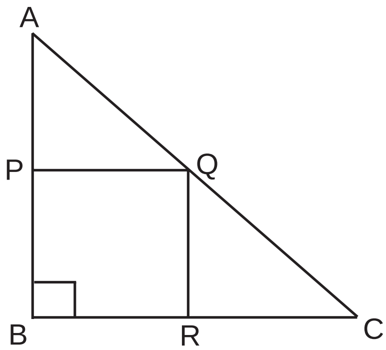


ഇവിടെ ഓരോ ചെറിയ ത്രികോണവും ആദ്യ ത്രികോണത്തിന്റെ 1/16 ഭാഗമാണ്.
ഇവിടെ കടലാസിന്റെ പരപ്പളവ് ആദ്യചിത്രത്തിലെ പരപ്പളവിന്റെ 9/16 ഭാഗമാണ്.

3. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മട്ടമൂലയും, വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളും മൂലകളായി ഒരു ചതുർഭുജം വരച്ചിരിക്കുന്നു.



(i) ഈ ചതുർഭുജം ചതുരമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



P, R എന്നിവ AB, BC എന്നീ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ ആണ്. കൂടാതെ ABC മട്ടത്രികോണമായതുകൊണ്ട് <B = 90^0

R, മധ്യബിന്ദു ആയതുകൊണ്ട്

BR = 1/2 BC --------------------(1)

PQ = 1/2 BC --------------------(2)

(ഏത് ത്രികോണത്തിലും രണ്ടുവശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന് സമാന്തരവും അതിന്റെ പകുതിയുമാണ്)

(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

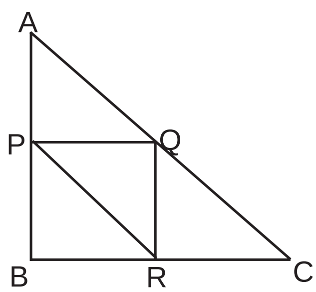
BR = PQ

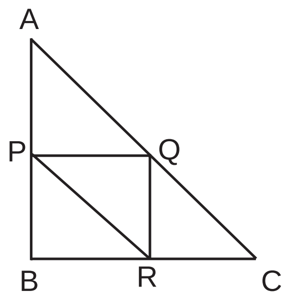
BR സമാന്തരം PQ

<B=90^0 അതുകൊണ്ട് <P = <Q = <R = 90^0

അതുകൊണ്ട് PQRB ചതുരമാണ്.

(ii) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?



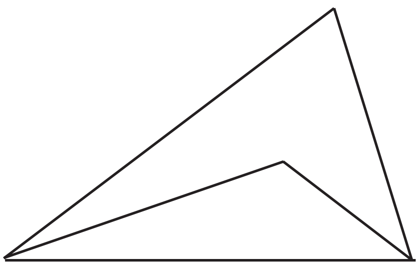


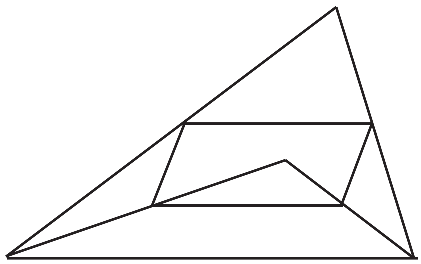
PR വരയ്ക്കുന്നു. ഇവിടെ ഓരോ ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെയും പരപ്പളവ് വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ 1/4 ഭാഗമാണ്. ചതുരം 2 ചെറുത്രികോണങ്ങൾ ചേർന്നതാണ്. ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ 2/4 ഭാഗം.

2/4 = 1/2

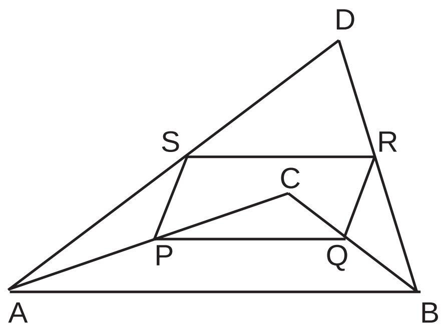
ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ 1/2 ഭാഗം.

4. ചുവടെയുള്ള ആദ്യ ചിത്രത്തിൽ, ഒരു വരയുടെ മുകളിലെ രണ്ടു കുത്തുകൾ വരയുടെ അറ്റങ്ങളുമായി യോജിപ്പിച്ച് രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിൽ, ത്രികോണങ്ങളുടെ ഇടതും വലതും വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു ചതുർഭുജവും.





(i) ഈ ചതുർഭുജം സാമാന്തരികമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.



P,Q,R,S ഇവ △ABC, △ABD എന്നിവയുടെ 2 വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ്.

△ABC യിൽ

PQ = 1/2 AB -------------------(1)

△ABDയിൽ

SR = 1/2 AB -------------------(2)

(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

PQ = SR

PQ,സമാന്തരം SR

ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ തുല്യവും സമാന്തരവുമായതിനാൽ PQRS സാമാന്തരികമാണ്.

(ii) **ഈ ചതുർഭുജം ചുവടെ പറയുന്ന ഓരോ രൂപങ്ങളുമാകാൻ, മുകളിലെ കുത്തുകൾ എവിടെ ആയിരിക്കണമെന്ന് വിശദീകരിക്കുക.**

(a) **സമഭുജസാമാന്തരികം**

PQRS സമഭുജ സാമാന്തരികമാകണമെങ്കിൽ PQ = PS ആകണം.

$\triangle$ACB യിൽ PQ = 1/2 AB

CD വരച്ചാൽ $\triangle$ACD യിൽ PS = 1/2 CD

PQ = PS ആകണമെങ്കിൽ AB = CD ആകണം.

(b) **ചതുരം**

PQRS എന്ന സാമാന്തരികം ചതുരമാകണമെങ്കിൽ <P = 90^0 ആയാൽ മതി.

അതിന് PQ വും PS ഉം പരസ്പരം ലംബമാകണം.

PS ഉം CD യും സമാന്തരമായതിനാൽ

AB ക്ക് ലംബമായ വരിയിലായിരിക്കണം C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ

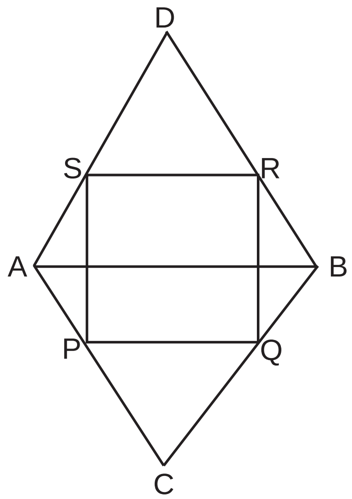
(c) **സമചതുരം**

സമചതുരമാകണമെങ്കിൽ

a) AB = CD ആകണം

b) C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ AB ക്ക് ലംബമായ വരയിലുമാകണം

iii) **ഒരു കുത്ത് വരയുടെ മുകളിലും ഒരു കുത്ത് താഴെയുമായി എടുത്താലും ഇതെല്ലാം ശരിയാകുമോ?**



കുത്ത് വരയുടെ മുകളിലും താഴെയുമായാൽ ചതുർഭുജം ADBC ആയി. P,Q,R,S ഇവ AC, BC, BD ഇവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ്.

PQ = 1/2 AB
SR = 1/2 AB
PQ = SR

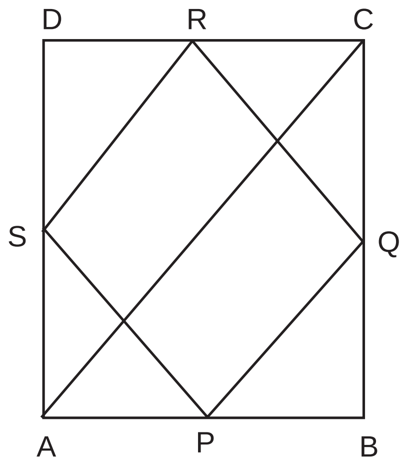
കൂടാതെ PQ സമാന്തരം SR. ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ തുല്യവും സമാന്തരവുമായതിനാൽ PQRS സാമാന്തരികമാണ്.

a. PQRS സമഭുജ സാമാന്തരികമാകണമെങ്കിൽ വികർണങ്ങൾ AB യും CD യും തുല്യമാകണം.

b. ചതുരം ആകണമെങ്കിൽ വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബമാകണം.

c. സമചതുരമാകണമെങ്കിൽ വികർണങ്ങൾ തുല്യവും പരസ്പരം ലംബവുമായിരിക്കണം.

5. (i) ഏതു ചതുർഭുജത്തിന്റെയും വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജം സാമാന്തരികമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



P, Q, R, S എന്നിവ യഥാക്രമം AB, BC, CD, AD ഇവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ്.

△ABC യിൽ നിന്നും

PQ = 1/2 AC ------------------------(1)

△ADC യിൽ നിന്നും

SR = 1/2 AC ------------------------(2)

(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

PQ = SR

PQ സമാന്തരം SR

ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ തുല്യവും സമാന്തരവുമായതുകൊണ്ട് PQRS സാമാന്തരികമാണ്.

(ii) അകത്തെ ചതുർഭുജം ചുവടെപ്പറയുന്ന ഓരോ രൂപങ്ങളുമാകാൻ, ആദ്യത്തെ ചതുർഭുജത്തിന്റെ സവിശേഷതകൾ എന്തായിരിക്കണമെന്നു വിശദീകരിക്കുക.

(a) സമഭുജ സാമാന്തരികം

PQRS സമഭുജ സാമാന്തരികമാകണമെങ്കിൽ വലിയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ AC യും BD യും തുല്യമായാൽ മതി.

(b) ചതുരം

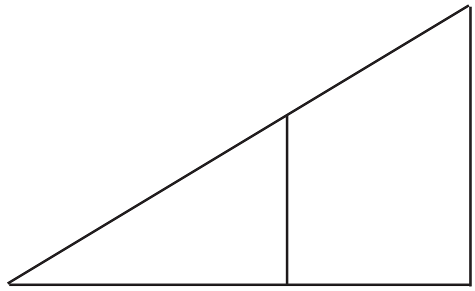
ചതുരമാകാൻ വലിയ ചതുർഭുജം ABCD യുടെ വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബമായാൽ മതി.

(c) സമചതുരം

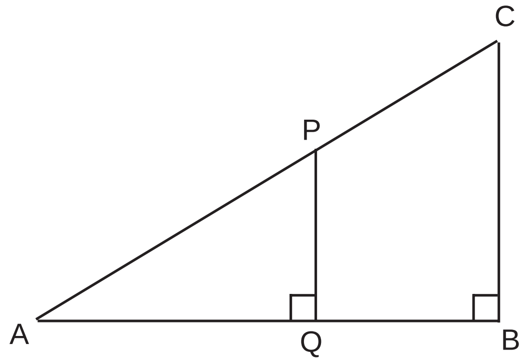
സമചതുരമാകാൻ ചതുർഭുജം ABCD യുടെ വികർണങ്ങൾ തുല്യവും ലംബവുമായാൽ മതി.

പേജ് 58, 59 ഉത്തരങ്ങൾ

1. ഒരു മട്ടത്രികോണം വരച്ച് കർണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിൽ നിന്ന് പാദത്തിലേക്ക് ലംബം വരയ്ക്കുക.



(i) ഈ ലംബം, വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ലംബത്തിന്റെ പകുതിയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



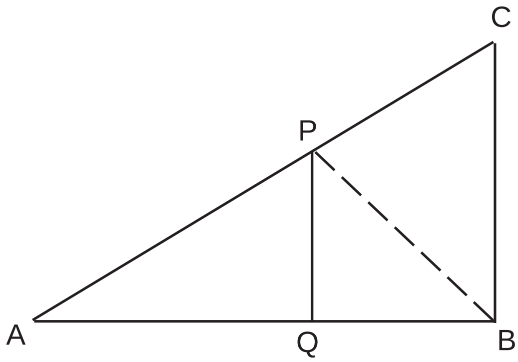
PQ, CB ഇവ AB യ്ക്ക് ലംബമാണ്. അതിനാൽ PQ, BC ക്ക് സമാന്തരമാണ്.

P, AC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ്.

അതുകൊണ്ട് PQ = 1/2 BC

(ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു വശത്തിന് സമാന്തരമായി മറ്റൊരു വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന വരയുടെ നീളം ആദ്യത്തേതിന്റെ പകുതിയായിരിക്കും)

(ii) വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിൽ നിന്ന് മൂന്നു മൂലകളിലേക്കുള്ള അകലം തുല്യമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.



$\triangle$AQP, $\triangle$BQP ഇവ പരിഗണിച്ചാൽ

AQ = QB (Q മധ്യബിന്ദു)

PQ = PQ (പൊതുവശം)

$\triangle$AQP = $\triangle$BQP = 90^0

അതുകൊണ്ട് $\triangle$AQP യും $\triangle$BQP യും തുല്യ ത്രികോണങ്ങൾ

(രണ്ടുവശവും ഉൾക്കോണും തുല്യം)

AP = BP ------------------------(1)

P, AC യുടെ മധ്യബിന്ദു

AP = CP --------------------------(2)

(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

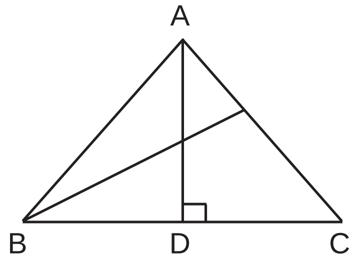
CP = AP = BP

PA = PB = PC

(iii) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം, കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

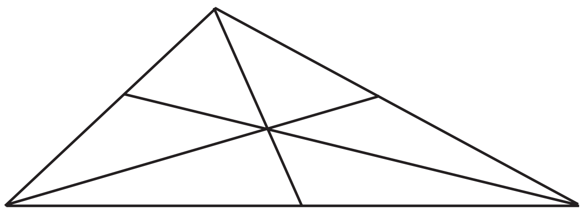
ഇതിൽ നിന്നും P കേന്ദ്രമായി PA ആരമായി വൃത്തം വരച്ചാൽ A,B,C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുവായിരിക്കും. അതായത് പരിവൃത്തകേന്ദ്രം AC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ്.

2. ഏതു സമഭുജ ത്രികോണത്തിന്റെയും പരിവൃത്തകേന്ദ്രം, ലംബകേന്ദ്രം, മധ്യമകേന്ദ്രം ഇവയെല്ലാം ഒരേ ബിന്ദുവാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

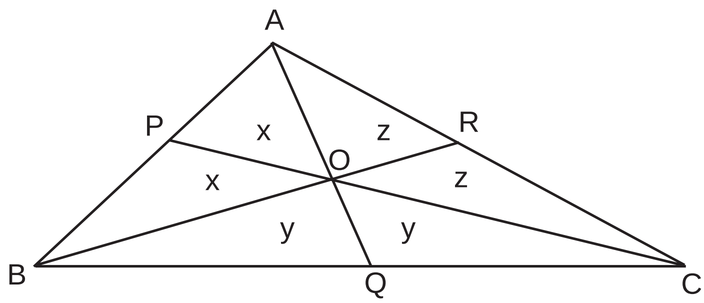


സമഭുജത്രികോണം ABC യിൽ A യിൽ നിന്ന് BC യിലേക്കുള്ള ലംബം BC യുടെ മധ്യബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നുപോകും. അതായത് ഉയരവും നടുവരയും AD തന്നെ. അപ്പോൾ AD ലംബസമഭാജിയുമാണ്. അതുകൊണ്ട് ഉയരങ്ങളും നടുവരകളും ലംബസമഭാജികളും ഒരേ വരകളായതിനാൽ അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കളായ ലംബകേന്ദ്രവും മധ്യമകേന്ദ്രവും പരിവൃത്തകേന്ദ്രവും ഒരേ ബിന്ദുവായിരിക്കും.

3. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തെ നടുവരകൾ ആറു ചെറുത്രികോണങ്ങളായി ഭാഗിച്ചിരിക്കുന്നു.



ഈ ആറു ത്രികോണങ്ങൾക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.



ത്രികോണത്തിന്റെ ഓരോ മൂലയും എതിർവശത്തെ മധ്യബിന്ദുവും ചേർത്തുവരയ്ക്കുന്ന വരകളാണ് നടുവരകൾ. P,Q,R ഇവ AB, BC, CA ഇവയുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളാണ്. ഒരേ പാദനീളവും ഉന്നതിയുമുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകൾ തുല്യമാണ്.

P, AB യുടെ മധ്യബിന്ദു.

AP = PB

$\triangle$OAP യുടെ പരപ്പളവ് =$\triangle$OBP യുടെ പരപ്പളവ് = x എന്ന് കരുതുക.

(ഒരേ പാദനീളവും ഉന്നതിയുമുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ പരപ്പളവുകൾ തുല്യമാണ്)

Q, BC യുടെ മധ്യബിന്ദു.

BQ = QC

$\triangle$OQB യുടെ പരപ്പളവ് = $\triangle$OQC യുടെ പരപ്പളവ് = y

R, AC യുടെ മധ്യബിന്ദു.

AR = RC

$\triangle$OCR ന്റെ പരപ്പളവ് =$\triangle$OAR ന്റെ പരപ്പളവ് = z

Q, മധ്യബിന്ദുവായതുകൊണ്ട്

$\triangle$ ABQ വിനും $\triangle$ AQC ക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണ്

$\triangle$ ABQ വിന്റെ പരപ്പളവ് = x + x + y = 2x + y

$\triangle$ AQC യുടെ പരപ്പളവ് = z + z + y = 2z + y

2x+y = 2z+y

2x = 2z

x = z ----------------------(1)

അതുപോലെ

$\triangle$BRC യുടെ പരപ്പളവ് = $\triangle$BRA യുടെ പരപ്പളവ്

y + y + z = x + x + z

2y = 2x

y = x -------------------(2)

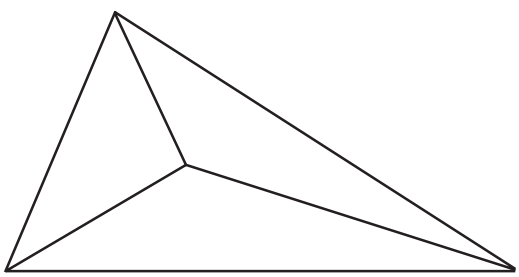
(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

z = x = y

x = y = z

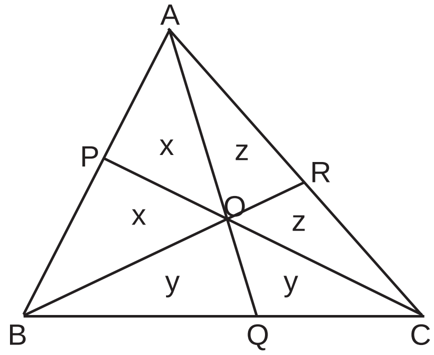
6 ത്രികോണങ്ങൾക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണ്

4. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിൽ, മധ്യമകേന്ദ്രവും മൂന്നു മൂലകളും യോജിപ്പിച്ച് ത്രികോണത്തെ മൂന്ന് ചെറിയ ത്രികോണങ്ങളായി ഭാഗിച്ചിരിക്കുന്നു.



മൂന്നു ത്രികോണങ്ങൾക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

ത്രികോണത്തിന്റെ നടുവരകളെല്ലാം ഒറ്റ ബിന്ദുവിലൂടെ കടന്നുപോകും. ഈ ബിന്ദുവിന് ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം എന്നു പറയുന്നു.



O മധ്യമകേന്ദ്രമാണ്. AO, BO, CO എന്നീ വരകൾ നീട്ടിവരച്ച് Q, R, P എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. തൊട്ടുമുമ്പുള്ള ചോദ്യത്തിൽ ചെയ്തതുപോലെ ഇവിടെയും x = y = z

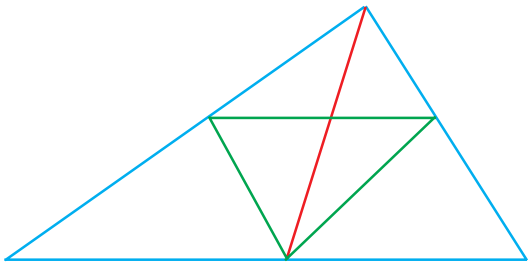
△AOB യുടെ പരപ്പളവ് = 2x

△BOC യുടെ പരപ്പളവ് = 2y = 2x (x = y)

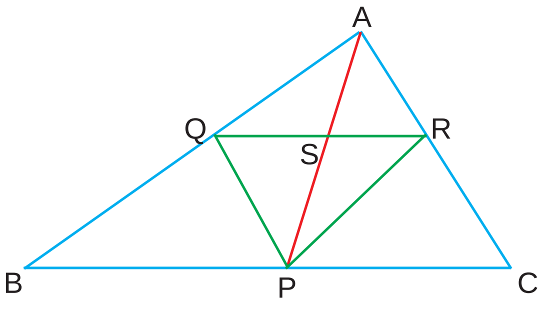
△AOC യുടെ പരപ്പളവ് = 2z = 2x (x = z)

△AOB, △BOC, △ AOC എന്നിവയ്ക്ക് ഒരേ പരപ്പളവാണ്

5. ചിത്രത്തിലെ നീല ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാണ് ചെറിയ പച്ച ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നത്. ചുവന്ന വര വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു നടുവരയാണ്.



(i) ഈ നടുവര, ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മുകൾവശത്തെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നുവെന്നു തെളിയിക്കുക.



ഇവിടെ തെളിയിക്കേണ്ടത് AP എന്ന നടുവര QR നെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു.

ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ 2 വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന് സമാന്തരമാണ്. അതിന്റെ നീളം മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ നീളത്തിന്റെ പകുതിയുമാണ്.

PR = 1/2 AB ---------------------(1)

Q, AB യുടെ മധ്യബിന്ദു

QA = 1/2 AB ---------------------(2)

(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും PR = QA

PR സമാന്തരം QA

ഒരു ജോടി എതിർവശങ്ങൾ തുല്യവും സമാന്തരവുമായതിനാൽ PRAQ സാമാന്തരികമാണ്.

സാമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണങ്ങൾ പരസ്പരം സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു.

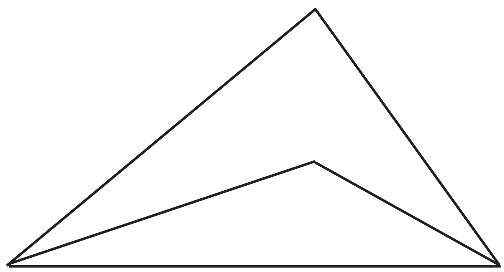
അതുകൊണ്ട് QS = SR

അതായത്, AP എന്ന നടുവര QR നെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നു.

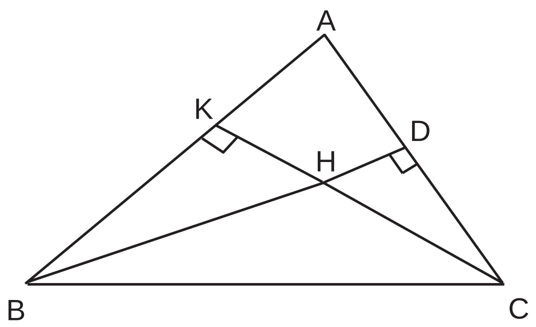
(ii) വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം, ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെയും മധ്യമകേന്ദ്രമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

S, QR ന്റെ മധ്യബിന്ദു. ഇതിൽ നിന്നും PS എന്നത് △PQR ന്റെ നടുവരയാണ്. അതുപോലെ ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മറ്റു നടുവരകളും വലുതിന്റെ നടുവരകളിലാണ്. അതിനാൽ രണ്ട് ത്രികോണങ്ങളുടെയും മധ്യമകേന്ദ്രങ്ങൾ ഒന്നുതന്നെയാണ്.

6. ചിത്രത്തിൽ, ABC എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ ലംബകേന്ദ്രമാണ് H.



HBC എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ ലംബകേന്ദ്രം A ആണെന്നു തെളിയിക്കുക.



△ABC യുടെ ലംബകേന്ദ്രമാണ് H.

BD, AC ക്ക് ലംബമാണ്.

CK, AB ക്ക് ലംബമാണ്.

△BHC യിൽ, CH എന്ന വശത്തേക്കുള്ള ലംബമാണ് BA.

BH എന്ന വശത്തേക്കുള്ള ലംബമാണ് CA.

അപ്പോൾ, അവ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദു A, △BHC യുടെ ലംബകേന്ദ്രം.

PREPARED BY :

SEEMA SUGATHAN
HST (Maths)
G.H.S.Kanichukulangara