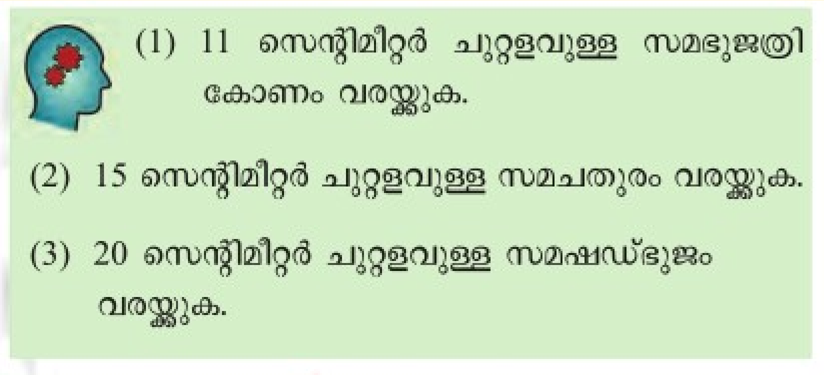
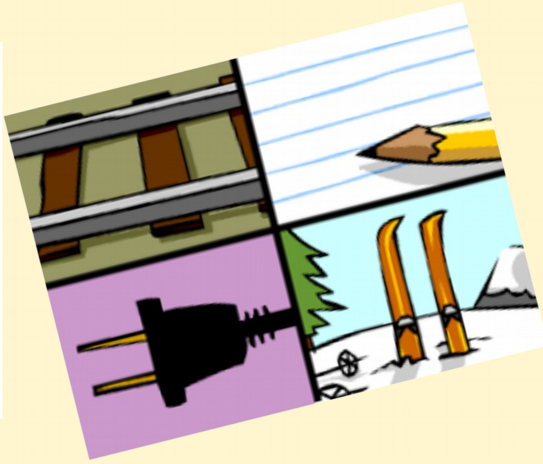
സമാന്തരവരകൾ

Page no: 39

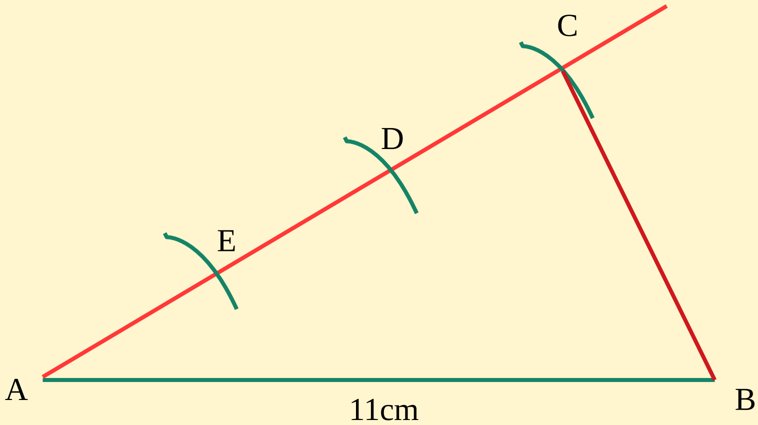




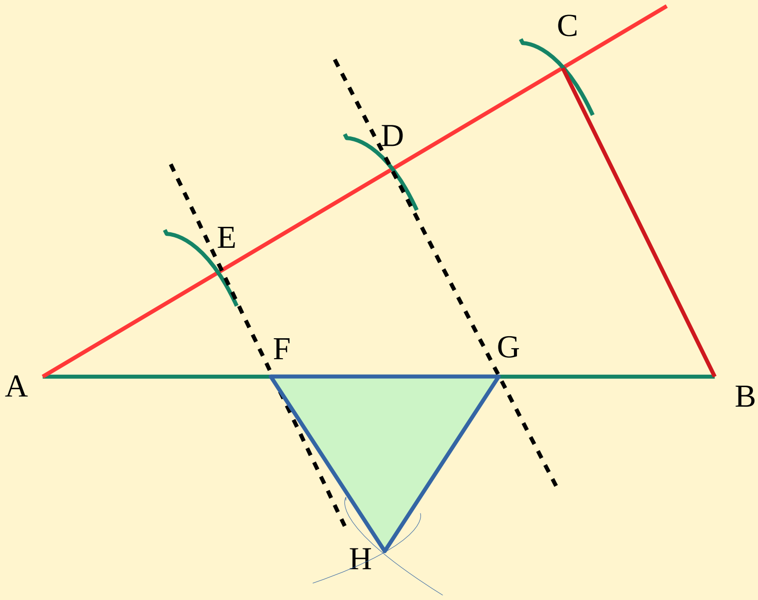
ഉത്തരങ്ങൾ

1. 11 സെന്റിമീറ്റർ ചുറ്റളവുള്ള സമഭുജത്രികോണം വരയ്ക്കുക .

11cm നീളമുള്ള ഒരു വര AB വരയ്ക്കുക . A ൽ നിന്നും C യിലോട്ട് 3 തുല്യഭാഗങ്ങൾ കോമ്പസ് കൊണ്ട് E, D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി C ഉം B ഉം യോജിപ്പിക്കുക .



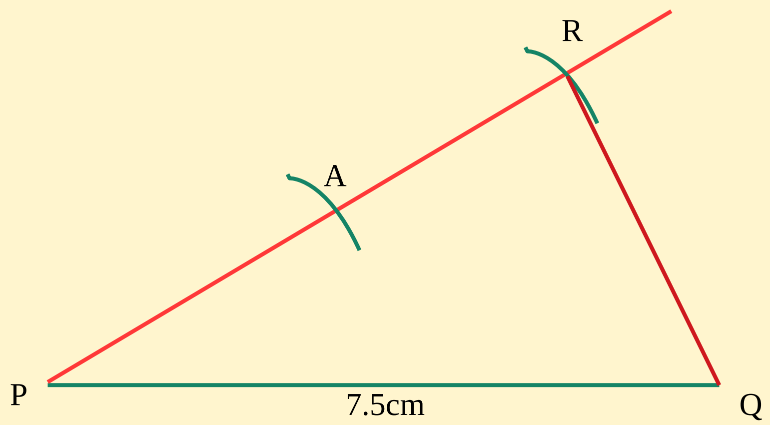
BC യ്ക്ക് സമാന്തര വരകൾ E , D ൽ നിന്നും AB യിലോട്ട് വരയ്ക്കുക. തുടർന്ന് AB ൽ കിട്ടുന്ന 3 തുല്യഭാഗങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സമഭുജത്രികോണം FGH വരയ്ക്കുക .



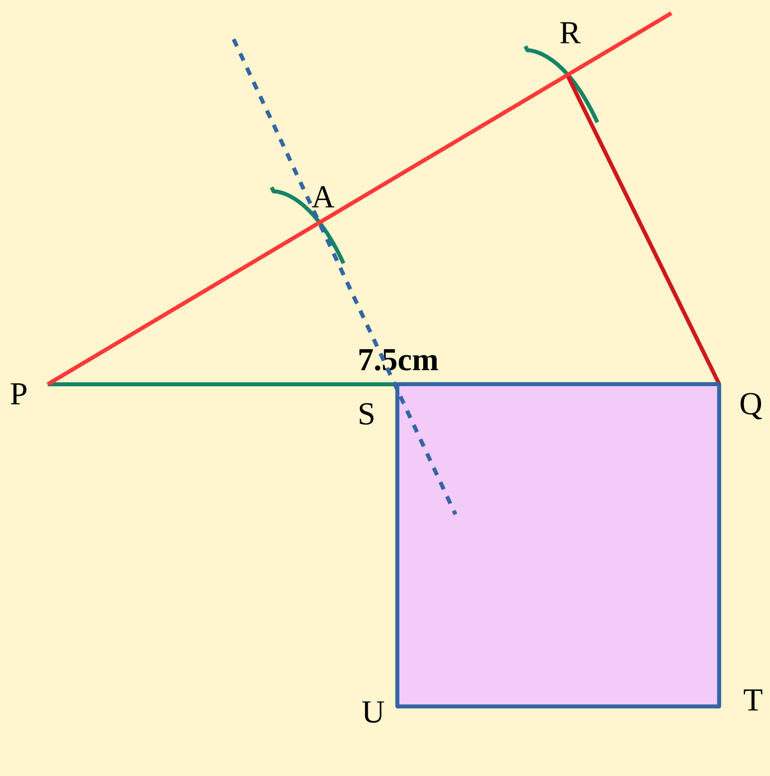
FH+FG+GH=11cm

2. 15 സെന്റിമീറ്റർ ചുറ്റളവുള്ള സമചതുരം വരയ്ക്കുക .

7.5cm നീളമുള്ള ഒരു വര PQ വരയ്ക്കുക . P ൽ നിന്നും R ലോട്ടു 2 തുല്യഭാഗങ്ങൾ കോമ്പസ് കൊണ്ട് A എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി R ഉം Q ഉം യോജിപ്പിക്കുക .

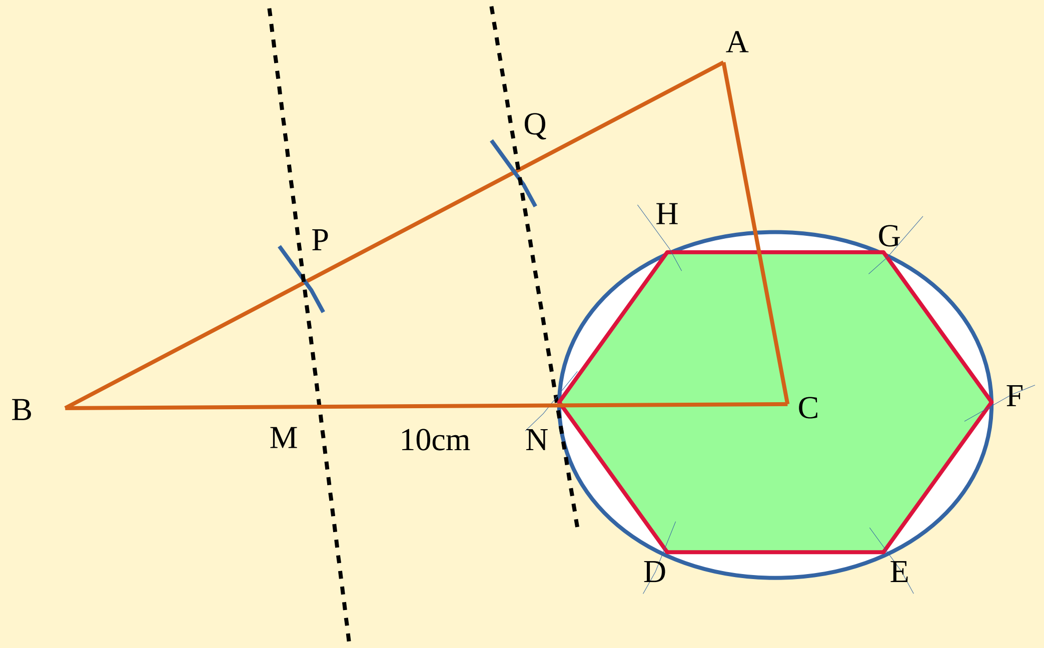


QR ന് സമാന്തര വരകൾ A ൽ നിന്നും PQ യിലോട്ടു വരയ്ക്കുക. തുടർന്ന് PQ ൽ കിട്ടുന്ന 2 തുല്യഭാഗങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് PS അല്ലെങ്കിൽ SQ വശമായി എടുത്തു സമചതുരം SQTU വരയ്ക്കുക .



ഇവിടെ SQ+QT+TU+US=15cm

3. 20 സെന്റിമീറ്റർ ചുറ്റളവുള്ള സമഷഡ്ഭുജം വരയ്ക്കുക .



10cm നീളമുള്ള ഒരു വര BC വരയ്ക്കുക . B ൽ നിന്നും A ലോട്ടു 3 തുല്യഭാഗങ്ങൾ കോമ്പസ് കൊണ്ട് P,Q എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി A ഉം C ഉം യോജിപ്പിക്കുക .
AC യ്ക്ക് സമാന്തര വരകൾ P, Q ൽ നിന്നും BC യിലോട്ടു വരയ്ക്കുക. തുടർന്ന് BC ൽ കിട്ടുന്ന 3 തുല്യഭാഗങ്ങൾ നിന്നും NC ആരമായി എടുത്തു C കേന്ദ്രമായി ഒരു വൃത്തം വരച്ചു NC ആരമായി എടുത്തു വൃത്തത്തെ 6 തുല്യഭാഗങ്ങൾ ആക്കി യോജിപ്പിച്ചു സമഷഡ്ഭുജം NDEFGH വരയ്ക്കുക.

Page No: 46

(1) ചുറ്റളവ് 15 സെന്റിമീറ്ററും വീതിയും നീളവും 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിലുമായ ചതുരം വരയ്ക്കുക.

(2) ചുവടെപ്പറയുന്ന ഓരോ തരത്തിലുമുള്ള ത്രികോണം, ചുറ്റളവ് 13 സെന്റിമീറ്ററായി വരയ്ക്കുക.

(i) സമഭുജത്രികോണം

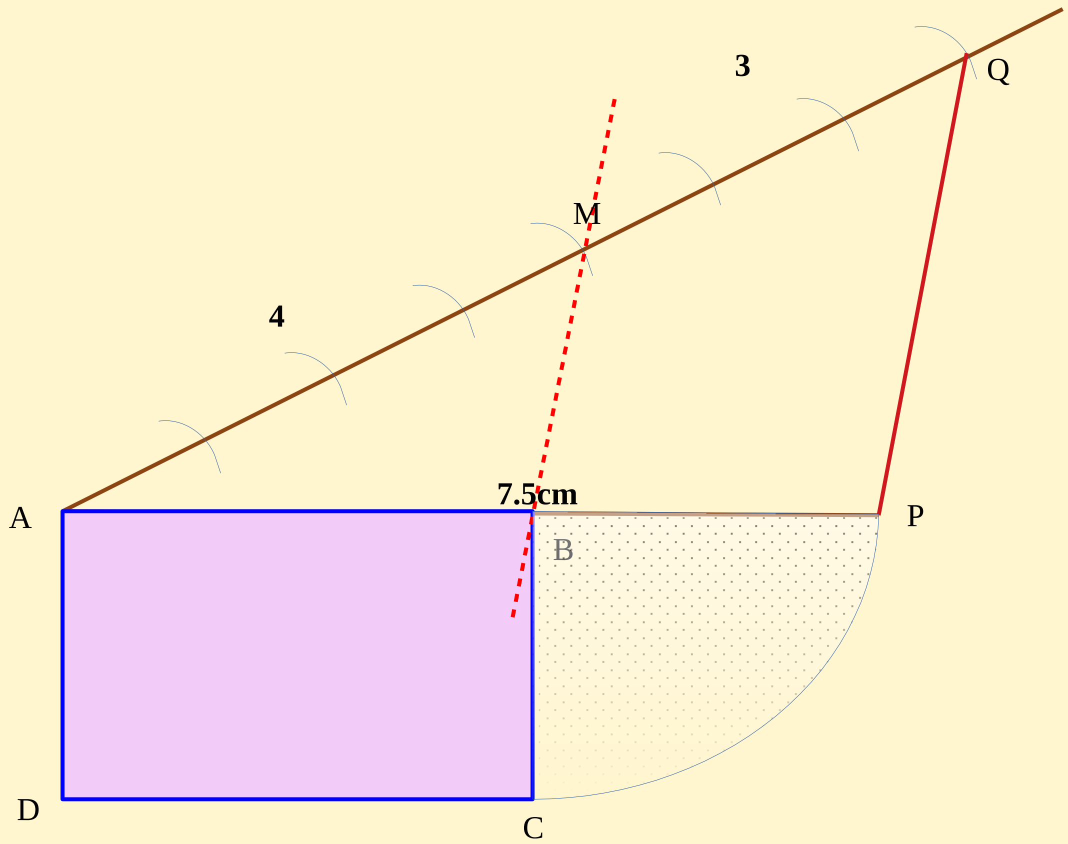
(ii) വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 3 : 4 : 5

(iii) പാർശ്വവശങ്ങൾ പാദത്തിന്റെ ഒന്നര മടങ്ങായ സമപാർശ്വത്രികോണം.

(3) ഏതു ലംബകത്തിന്റെയും വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം മുറിക്കുന്നത് ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

1. ചുറ്റളവ് 15 സെന്റിമീറ്ററും വീതിയും നീളവും 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിലുമായ ചതുരം വരയ്ക്കുക



7.5cm നീളമുള്ള ഒരു വര AP വരയ്ക്കുക .A ൽ നിന്നും Q ലോട്ടു 7 തുല്യഭാഗങ്ങൾ കോമ്പസ് കൊണ്ട് അടയാളപ്പെടുത്തി , A ൽ നിന്നും 4 യൂണിറ്റ് M എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി Q ഉം P ഉം യോജിപ്പിക്കുക . PQ ന് സമാന്തരവര M ൽ നിന്നും AP യിലോട്ടു വരയ്ക്കുക. ചുറ്റളവ് 15 cm ആയതുകൊണ്ട് വീതിയും നീളവും കൂട്ടിയാൽ 7 .5 cm കിട്ടും . ആയതിനാൽ 7 .5 cm ഉള്ള വര വരച്ചു അതിൽ നിന്നും 4 :3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ AB നീളവും BP വീതിയും ആയി കിട്ടുന്നു. തുടർന്ന് ചതുരം ABCD നിർമിക്കുക .

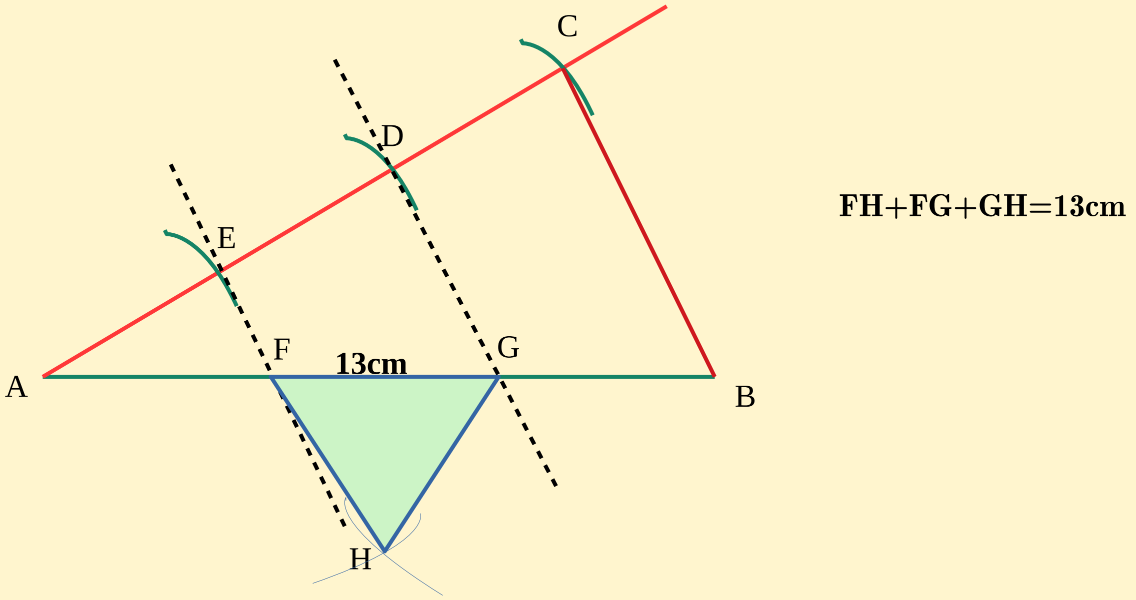
2. ചുവടെപ്പറയുന്ന ഓരോ തരത്തിലുമുള്ള ത്രികോണം , ചുറ്റളവ് 13 സെന്റിമീറ്ററായി വരയ്ക്കുക .

(i). സമഭുജത്രികോണം

(ii). വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 3 : 4 : 5

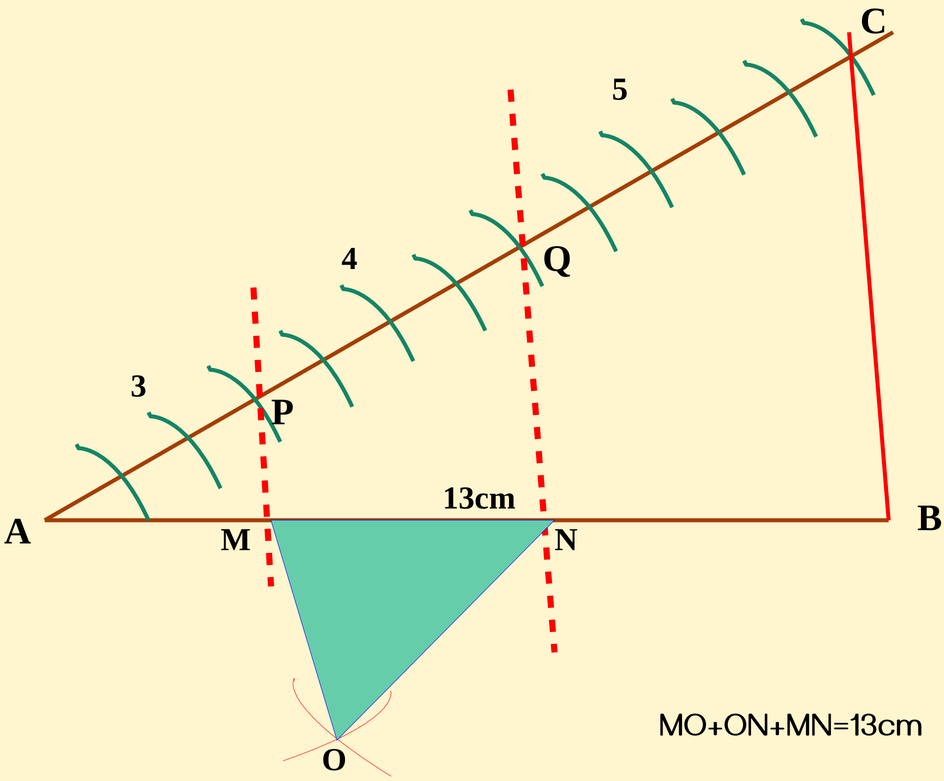
(iii).പാർശ്വവശങ്ങൾ പാദത്തിന്റെ ഒന്നര മടങ്ങായ സമപാർശ്വത്രികോണം

(i).



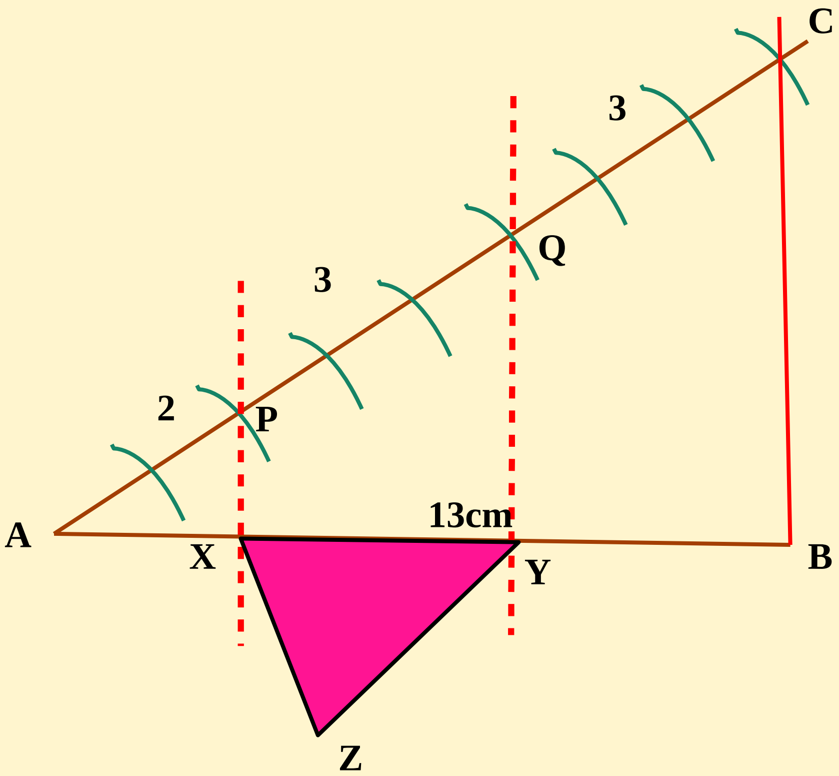
13cm നീളമുള്ള ഒരു വര AB വരയ്ക്കുക . A ൽ നിന്നും C യിലോട്ടു 3 തുല്യഭാഗങ്ങൾ കോമ്പസ് കൊണ്ട് E, D എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി C ഉം B ഉം യോജിപ്പിക്കുക . BC യ്ക്കു സമാന്തര വരകൾ E , D ൽ നിന്നും AB യിലോട്ടു വരയ്ക്കുക. തുടർന്ന് AB ൽ കിട്ടുന്ന 3 തുല്യഭാഗങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് സമഭുജത്രികോണം FGH വരയ്ക്കുക .

(ii).



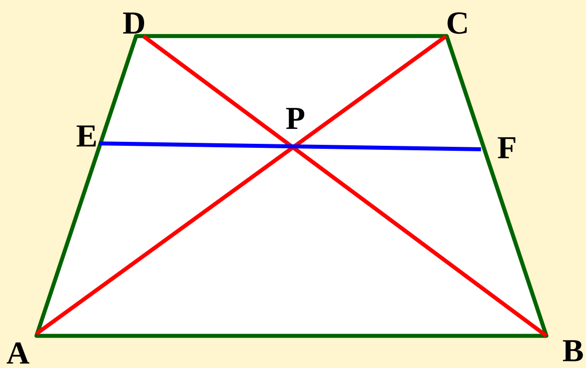
13cm നീളമുള്ള ഒരു വര AB വരയ്ക്കുക . A ൽ നിന്നും C യിലോട്ടു 12 (3+4+5) തുല്യഭാഗങ്ങൾ കോമ്പസ് കൊണ്ട് P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി C ഉം B ഉം യോജിപ്പിക്കുക . BC യ്ക്കു സമാന്തര വരകൾ P, Q ൽ നിന്നും AB യിലോട്ടു വരയ്ക്കുക. തുടർന്ന് AB ൽ കിട്ടുന്ന 3 ഭാഗങ്ങൾ (AM , MN , NB) ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം MNO വരയ്ക്കുക .

(iii).



13cm നീളമുള്ള ഒരു വര AB വരയ്ക്കുക . A ൽ നിന്നും C യിലോട്ടു 8 (2+3+3) തുല്യഭാഗങ്ങൾ കോമ്പസ് കൊണ്ട് P, Q എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി C ഉം B ഉം യോജിപ്പിക്കുക . BC യ്ക്കു സമാന്തര വരകൾ P, Q ൽ നിന്നും AB യിലോട്ടു വരയ്ക്കുക. തുടർന്ന് AB ൽ കിട്ടുന്ന 3 ഭാഗങ്ങൾ (AX , XY , YB) ഉപയോഗിച്ച് ത്രികോണം XYZ വരയ്ക്കുക .

3. ഏതു ലംബകത്തിന്റെയും വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം മുറിക്കുന്നത് ഒരേ അംശബന്ധത്തിലാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

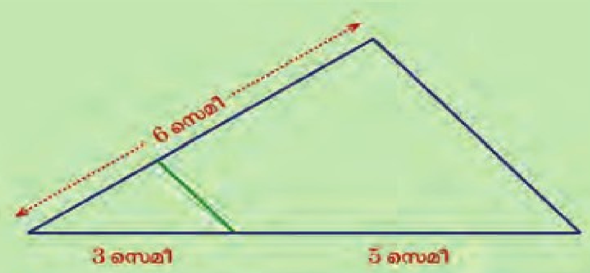


AB , DC എന്നിവ സമാന്തരമാണ് . ഇതിന് സമാന്തരമായി EF എന്ന വര വരയ്ക്കുന്നു.
മൂന്ന് സമാന്തരവരകൾ AC , BD എന്നീ വരകളെ ഒരേ അംശബന്ധത്തിൽ മുറിക്കുന്നു .

$$\therefore \quad \frac{PD}{PB} = \frac{PC}{PA}$$

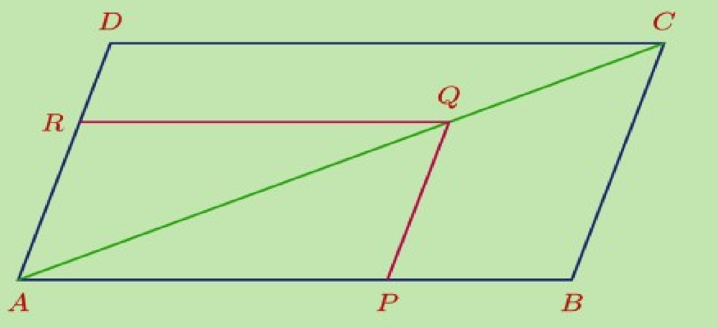
Page No: 50 & 51

(1) ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിലെ പച്ച വര, നീല ത്രികോണത്തിന്റെ വലതു വശത്തിനു സമാന്തരമാണ്.



ഈ വര ത്രികോണത്തിന്റെ ഇടതുവശത്തെ മുറിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

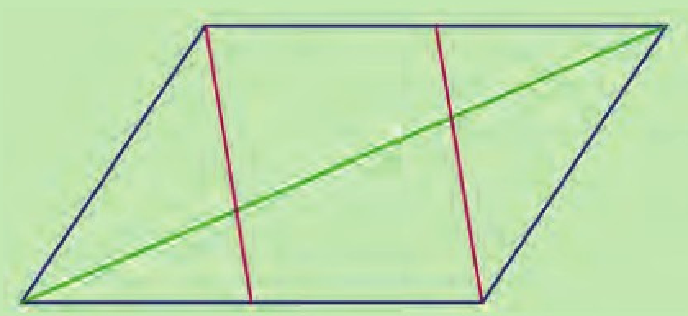
(2) $ABCD$ എന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ AB യിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിൽക്കൂടി BC യ്ക്ക് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, AC യുമായി Q ൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. Q യിലൂടെ AB യ്ക്കു സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, AD യുമായി R ൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.



(i) $\frac{AP}{PB} = \frac{AR}{RD}$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

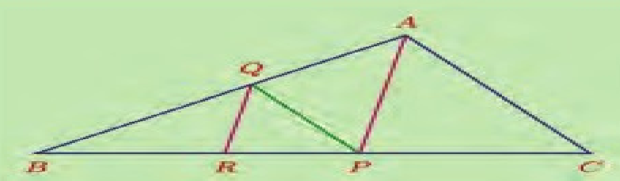
(ii) $\frac{AP}{AB} = \frac{AR}{AD}$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

(3) ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ രണ്ടു മൂലകളെ, രണ്ടു വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളുമായി യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു.



ഈ വരകൾ ചിത്രത്തിലെ വികർണ്ണത്തെ മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു എന്നു തെളിയിക്കുക.

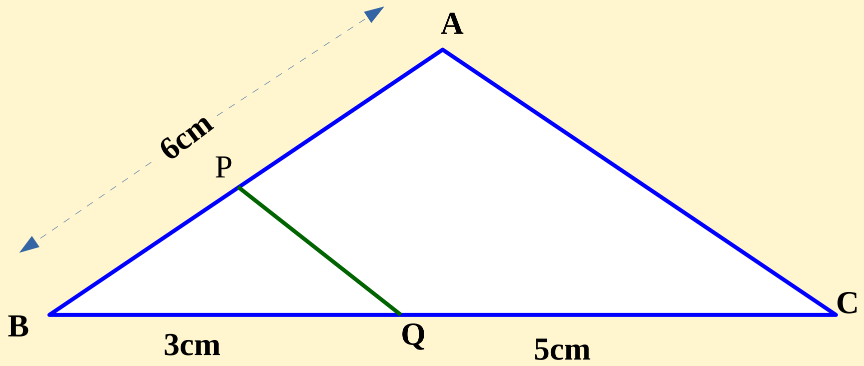
(4) ABC എന്ന ത്രികോണത്തിൽ, BC യിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ AC യ്ക്ക് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, AB യുമായി Q യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു. Q ൽ നിന്ന് AP യ്ക്ക് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര, BC യുമായി R ൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു.



$\frac{BP}{PC} = \frac{BR}{RP}$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

1. ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിലെ പച്ച വര , നീല ത്രികോണത്തിന്റെ വലതു വശത്തിനു സമാന്തരമാണ്.



ഈ വര ത്രികോണത്തിന്റെ ഇടതുവശത്തെ മുറിക്കുന്ന ഭാഗങ്ങളുടെ നീളം കണക്കാക്കുക.

PQ സമാന്തരം AC ആയതിനാൽ

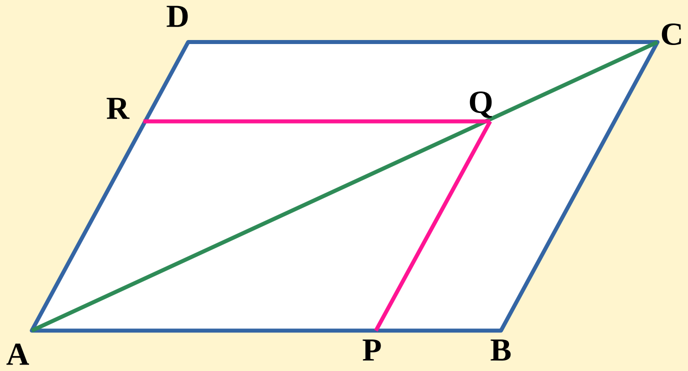
$$\frac{BQ}{BC} = \frac{BP}{BA}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{BP}{6}$$

BP = $\frac{3 X 6}{8} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$ = 2.25 cm

AP = 6-2.25= 3.75cm

2. ABCD എന്ന സാമാന്തരികത്തിൽ AB യിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിൽക്കൂടി BC യ്ക്ക് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര , AC യുമായി Q ൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു . Q യിലൂടെ AB യ്ക്ക് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര , AD യുമായി R ൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു



(i) . $\frac{AP}{PB} = \frac{AR}{RD}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക ?

(ii). $\frac{AP}{AB} = \frac{AR}{AD}$ എന്ന് തെളിയിക്കുക ?

(i). ΔABC യിൽ

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \quad \text{---------} (1)$$

ΔADC യിൽ

$$\frac{AQ}{QC} = \frac{AR}{RD} \quad \text{---------} (2)$$

(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AR}{RD}$$ എന്ന് തെളിഞ്ഞിരിക്കുന്നു

(ii). $$\frac{AP}{PB} = \frac{AR}{RD}$$ എന്നതിൽ നിന്നും

$$\frac{PB}{AP} = \frac{RD}{AR}$$

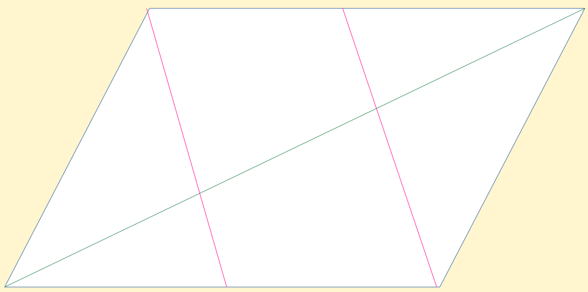
$$\frac{PB}{AP} + 1 = \frac{RD}{AR} + 1$$

$$\frac{PB+AP}{AP} = \frac{RD+AR}{AR}$$

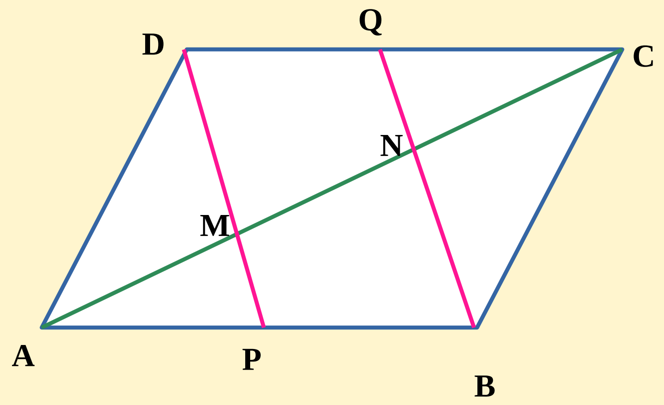
$$\frac{AB}{AP} = \frac{AD}{AR}$$

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AR}{AD}$$ എന്ന് തെളിഞ്ഞിരിക്കുന്നു

3. ചുവടെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ ഒരു സാമാന്തരികത്തിന്റെ രണ്ടു മൂലകളെ , രണ്ടു വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളുമായി യോജിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു .



ഈ വരകൾ ചിത്രത്തിലെ വികർണ്ണത്തെ മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു എന്നു തെളിയിക്കുക .



ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു സാമാന്തരികം ആണ് . AB = CD, AB||CD.
കൂടാതെ P എന്നത് AB യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ്, Q എന്നത് DC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ്.
P, Q എന്നിവ യഥാക്രമം AB, CD എന്നിവയുടെ മധ്യബിന്ദുകളായതിനാൽ,

PB = $\frac{1}{2}$ AB

DQ = $\frac{1}{2}$ CD = $\frac{1}{2}$ AB

$\therefore$ PB = DQ

i.e., PB = DQ and PB || DQ കൂടാതെ PD || BQ

$\therefore$ PBQD യും സാമാന്തരികം ആണ്.

Δ ABN ൽ

$$\frac{AM}{MN} = \frac{AP}{PB}$$

AM = MN ------------(1)

Δ CDM ൽ

$$\frac{CN}{MN} = \frac{CQ}{DQ}$$

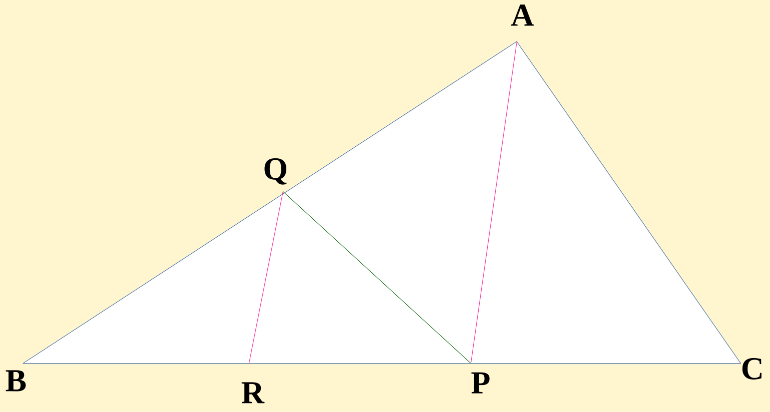
CN = MN ------------(2)

(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

CN = MN =AM

AC എന്ന വികർണ്ണത്തെ മൂന്നു സമഭാഗങ്ങളാക്കുന്നു എന്നു തെളിഞ്ഞിരിക്കുന്നു .

4. ABC എന്ന ത്രികോണത്തിൽ , BC യിലെ P എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ AC യ്ക്ക് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വര , AB യുമായി Q യിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു . Q ൽ നിന്ന് AP യ്ക്ക് സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന വരയ്ക്കുന്ന വര, BC യുമായി R ൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്നു .



$\frac{BP}{PC} = \frac{BR}{RP}$ എന്നു തെളിയിക്കുക .

QR || PA, QP || AC ആയതിനാൽ

ΔABC ൽ

$\frac{BP}{PC} = \frac{BQ}{QA}$ --------- (1)

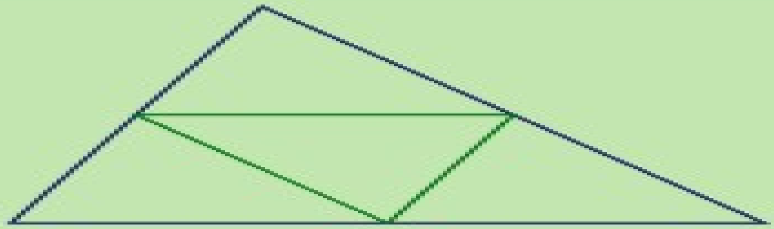
ΔBPA ൽ

$\frac{BR}{RP} = \frac{BQ}{QA}$ --------- (2)

(1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും $\frac{BP}{PC} = \frac{BR}{RP}$ എന്നു തെളിഞ്ഞിരിക്കുന്നു .

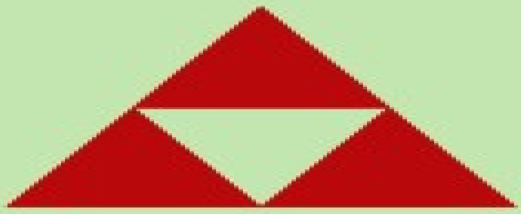
Page No: 54 & 55

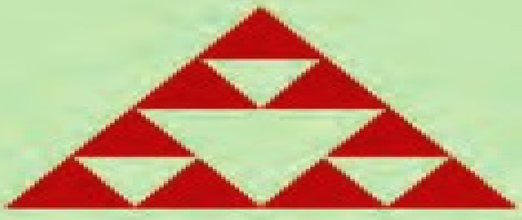
(1) ചിത്രത്തിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് മറ്റൊരു ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നു.



വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് ? പരപ്പളവോ ?

(2) ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ:



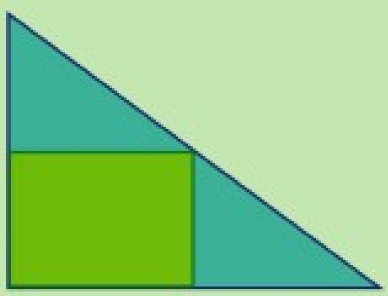


കടലാസിൽ വെട്ടിയെടുത്ത ഒരു ത്രികോണമാണ് ആദ്യചിത്രം. അതിൽ നിന്ന് വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചുകിട്ടുന്ന നടുവിലെ ചെറിയ ത്രികോണം വെട്ടിമാറ്റിയതാണ് രണ്ടാമത്തെ ചിത്രം. ഇതിലെ മൂന്നു ത്രികോണങ്ങളിൽനിന്നും ഇതുപോലെ നടുവിലെ ത്രികോണം വെട്ടിമാറ്റിയതാണ് മൂന്നാമത്തെ ചിത്രം.

(i) രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിലെ കടലാസിന്റെ പരപ്പളവ്, ആദ്യ ചിത്രത്തിലെ പരപ്പളവിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് ?

(ii) മൂന്നാമത്തെ ചിത്രത്തിലോ ?

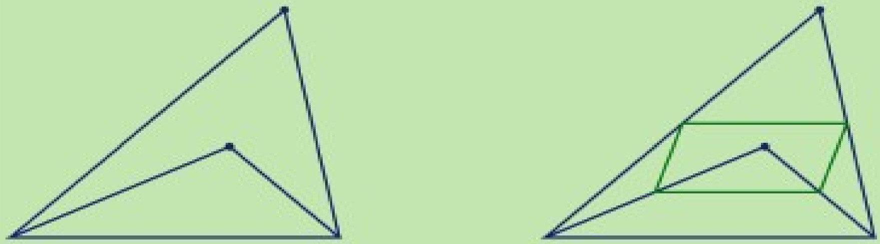
(3) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മട്ടമൂലയും, വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളും മൂലകളായി ഒരു ചതുർഭുജം വരച്ചിരിക്കുന്നു.



(i) ഈ ചതുർഭുജം ചതുരമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

(ii) ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ്, ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് ?

(4) ചുവടെയുള്ള ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിൽ, ഒരു വരയുടെ മുകളിലെ രണ്ടു കുത്തുകൾ വരയുടെ അറ്റങ്ങളുമായി യോജിപ്പിച്ച് രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു. രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിൽ, ത്രികോണങ്ങളുടെ ഇടതും വലതും വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് ഒരു ചതുർഭുജവും:



(i) ഈ ചതുർഭുജം സാമാന്തരികമാണെന്നു തെളിയിക്കുക

(ii) ഈ ചതുർഭുജം ചുവടെപ്പറയുന്ന ഓരോ രൂപങ്ങളുമാകാൻ, മുകളിലെ കുത്തുകൾ എവിടെ ആയിരിക്കണമെന്ന് വിശദീകരിക്കുക.

(a) സമഭുജസാമാന്തരികം (b) ചതുരം

(c) സമചതുരം

(iii) ഒരു കുത്ത് വരയുടെ മുകളിലും ഒരു കുത്ത് താഴെയുമായി എടുത്താലും ഇതെല്ലാം ശരിയാകുമോ ?

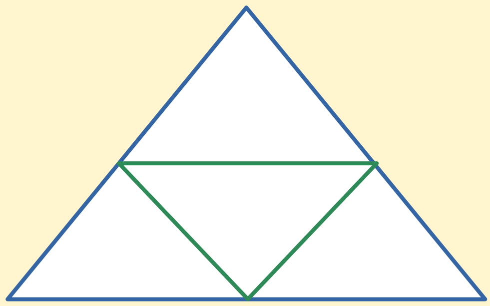
(5) (i) ഏതു ചതുർഭുജത്തിന്റെയും വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജം സാമാന്തരികമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

(ii) അകത്തെ ചതുർഭുജം ചുവടെപ്പറയുന്ന ഓരോ രൂപങ്ങളുമാകാൻ, ആദ്യത്തെ ചതുർഭുജത്തിന്റെ സവിശേഷതകൾ എന്തായിരിക്കണമെന്നു വിശദീകരിക്കുക.

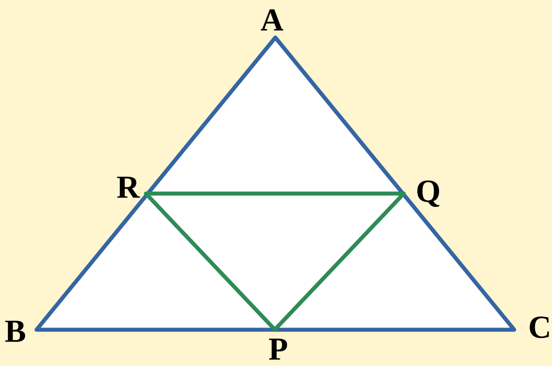
(a) സമഭുജസാമാന്തരികം (b) ചതുരം (c) സമചതുരം

ഉത്തരങ്ങൾ

1. ചിത്രത്തിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച മറ്റൊരു ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നു .



വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ എത്ര മടങ്ങാണ് ? പരപ്പളവോ ?



(i) P,Q,R എന്നിവ മധ്യബിന്ദുക്കൾ ആയതിനാൽ

AC= 2PR--------(1)

AB= 2PQ--------(2)

BC= 2RQ--------(3)

Δ ABC യുടെ ചുറ്റളവ് = AB + BC + AC= 2PQ + 2QR+ 2PR

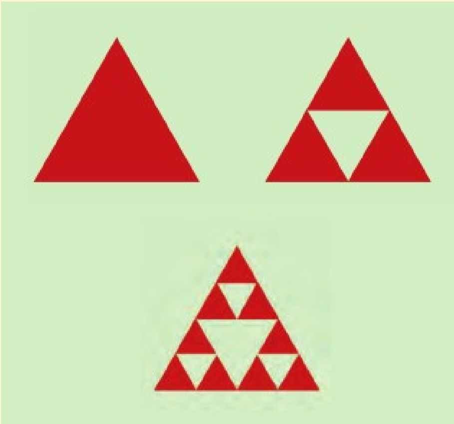
Δ ABC യുടെ ചുറ്റളവ് = 2 (PQ + QR + PR)

Δ ABC യുടെ ചുറ്റളവ്= 2 x Δ PQR ന്റെ ചുറ്റളവ്

∴ വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ്, ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവിന്റെ 2 മടങ്ങാണ്.

(ii). നാല് ത്രികോണങ്ങളും തുല്യ ത്രികോണങ്ങൾ ആയതിനാൽ വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവ് ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ 4 മടങ്ങാണ് .

2. ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കൂ :

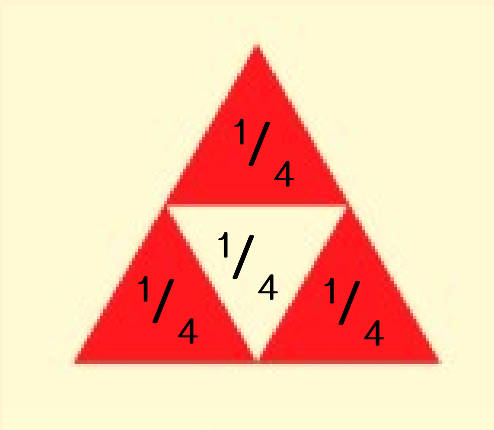


കടലാസ്സിൽ വെട്ടിയെടുത്ത ഒരു ത്രികോണമാണ് ആദ്യചിത്രം . അതിൽ നിന്ന് വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ച് കിട്ടുന്ന നടുവിലെ ചെറിയ ത്രികോണം വെട്ടിമാറ്റിയതാണ് രണ്ടാമത്തെ ചിത്രം . ഇതിലെ മൂന്നു ത്രികോണങ്ങളിൽ നിന്നും ഇതുപോലെ നടുവിലെ ത്രികോണം വെട്ടിമാറ്റിയതാണ് മൂന്നാമത്തെ ചിത്രം .

(i). രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിലെ കടലാസിന്റെ പരപ്പളവ് ,ആദ്യ ചിത്രത്തിലെ പരപ്പളവിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

(ii). മൂന്നാമത്തെ ചിത്രത്തിലോ ?

(i).

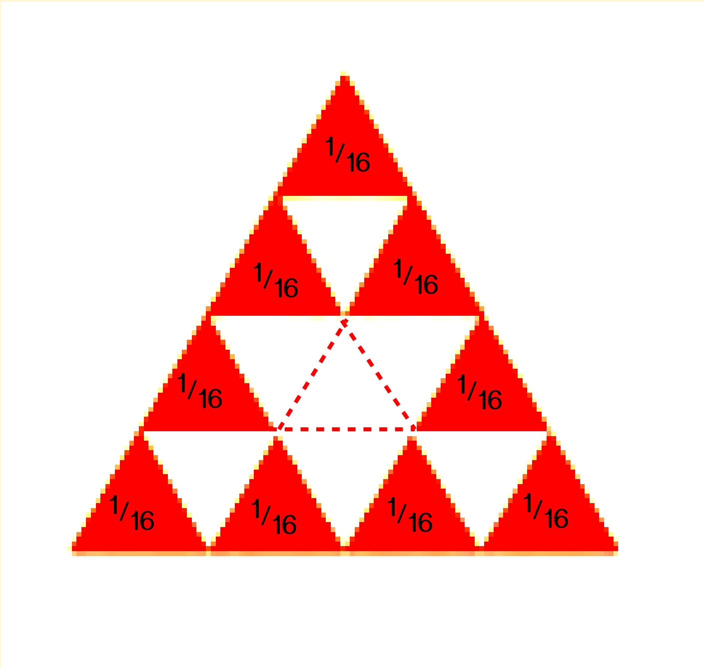


രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിലെ കടലാസിന്റെ പരപ്പളവ് ,ആദ്യ ചിത്രത്തിലെ പരപ്പളവിന്റെ

$\frac{3}{4}$ ഭാഗമാണ് . $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \right)$

$= \frac{3}{4}$

(ii).



അതായത് ആദ്യ ത്രികോണത്തിന്റെ $\frac{1}{4}$ ന്റെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗമാണ് മൂന്നാം ചിത്രത്തിലെ ഓരോ

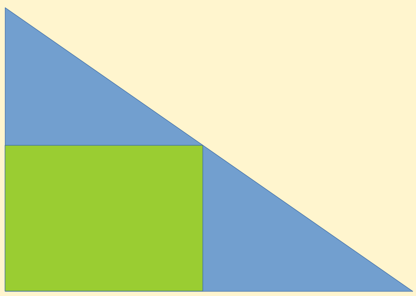
ചെറിയ ത്രികോണവും ($\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ ഭാഗം) .

അതിനാൽ മൂന്നാം ചിത്രത്തിലെ കടലാസിന്റെ പരപ്പളവ്

$= \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$

$= \frac{9}{16}$ ഭാഗമാണ് .

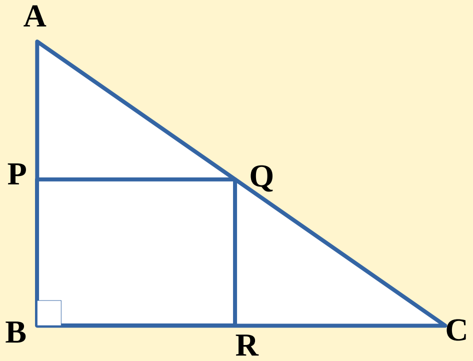
3. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ മട്ടമൂലയും, വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കളും മൂലകളായി ഒരു ചതുർഭുജം വരച്ചിരിക്കുന്നു .



(i). ഈ ചതുർഭുജം ചതുരമാണെന്നു തെളിയിക്കുക .

(ii) . ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് , ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് ?

(i).



P, R എന്നിവ AB, BC എന്നീ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ ആണ്. കൂടാതെ $\angle B=90°$

$PQ= \frac{1}{2} BC$

PQ=BR

PQ ॥ BC

PQ ॥ BR

ചതുർഭുജം PQRB ഒരു സാമാന്തരികം ആണ് .

$\angle B=90°$ ആയതിനാൽ

$\angle P= \angle Q= \angle R = 90°$

∴ PQRB ഒരു ചതുരമാണ്.

(ii). ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് $= BR \times PB$

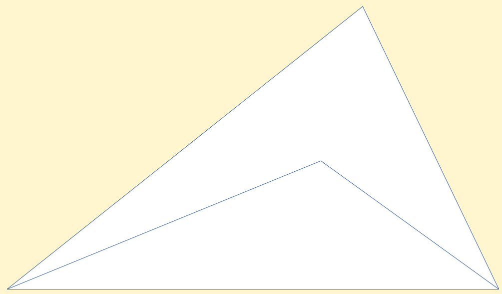
$= \frac{1}{2} BC \times \frac{1}{2} AB$

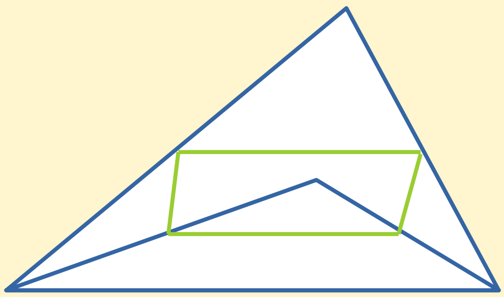
$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times BC \times AB \right)$

$= \frac{1}{2} \times$ **Δ**ABC യുടെ പരപ്പളവ്

∴ ചതുരത്തിന്റെ പരപ്പളവ് , ത്രികോണത്തിന്റെ പരപ്പളവിന്റെ പകുതി ഭാഗമാണ് .

4. ചുവടെയുള്ള ആദ്യത്തെ ചിത്രത്തിൽ , ഒരു വരയുടെ മുകളിലെ രണ്ടു കുത്തുകൾ വരയുടെ അറ്റങ്ങളുമായി യോജിപ്പിച്ചു രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ചിരിക്കുന്നു . രണ്ടാമത്തെ ചിത്രത്തിൽ , ത്രികോണങ്ങളുടെ ഇടതും വലതും വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു ഒരു ചതുർഭുജവും :





(i) . ഈ ചതുർഭുജം സാമാന്തരികമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക .

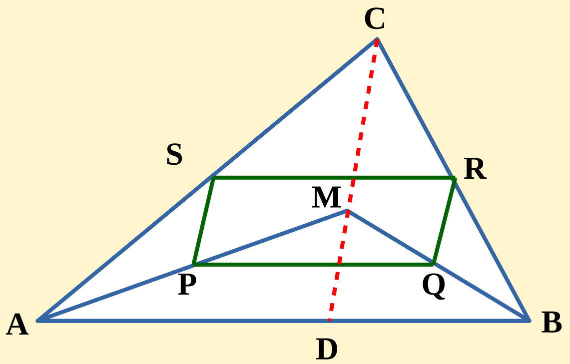
(ii). ഈ ചതുർഭുജം ചുവടെ പറയുന്ന ഓരോ രൂപങ്ങളുമാകാൻ , മുകളിലെ കുത്തുകൾ എവിടെ ആയിരിക്കണമെന്ന് വിശദീകരിക്കുക .

(a). സമഭുജസാമാന്തരികം

(b). ചതുരം

(c). സമചതുരം

(iii) . ഒരു കുത്തു വരയുടെ മുകളിലും ഒരു കുത്തു താഴയുമായി എടുത്താലും ഇതെല്ലം ശരിയാകുമോ ?



Δ ABM ൽ PQ ॥ AB

PQ = $\frac{1}{2}$ AB -------(1)

Δ ABC ൽ SR ॥ AB

SR = $\frac{1}{2}$ AB -------(2)

സമവാക്യം (1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

PQ = SR

∴ PQRS ഒരു സാമാന്തരികം ആണ്.

ii)

a) CM = AB എവിടെയായാലും സമഭുജ സാമാന്തരികം ലഭിക്കും.

b) ചതുരം ആകാൻ കോണുകൾ 90° ഉം , RS,SP ഇവ ലംബം ആകണം , ഇവയ്ക്ക് സമാന്തരങ്ങളായ AB,CD ഇവ ലംബം ആകണം
അതായത്ത് ഇവയുടെ സ്ഥാനം AB ക്ക് ലംബമായ ഒരു വരയിൽ ആകണം.

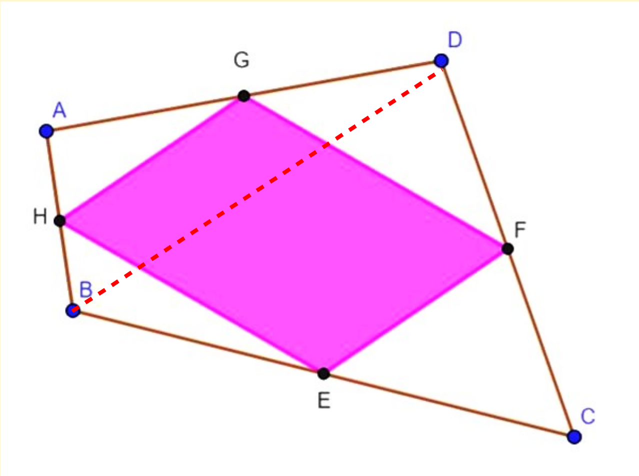
c) സമചതുരം ആകാൻ വശങ്ങൾ തുല്യവും, കോണുകൾ 90° ഉം ആകണം
ഇവിടെ ചതുരവും സമഭുജസാമന്തരികവും ആണ്.
അതായത്ത C, M എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ AB ക്ക് ലംബമായ വരയിൽ ആകണം.
AB = CM ആകണം

iii) കുത്തു ഇരുവശത്തു ആയാലും ഇതേ കാര്യങ്ങൾ തന്നെയായിരിക്കും.

5. (i). ഏതു ചതുർഭുജത്തിന്റെയും വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചു കിട്ടുന്ന ചതുർഭുജം സമാന്തരികമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

(ii). അകത്തെ ചതുർഭുജം ചുവടെപ്പറയുന്ന ഓരോ രൂപങ്ങളുമാകാൻ , ആദ്യത്തെ ചതുർഭുജത്തിന്റെ സവിശേഷതകൾ എന്തായിരിക്കണമെന്നു വിശദീകരിക്കുക .

(a) സമഭുജസാമാന്തരികം (b) ചതുരം (c) സമചതുരം



E,F,G,H എന്നിവ BC, CD, AD, AB എന്നീ വശങ്ങളുടെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ ആയാൽ

Δ BAC ൽ GH = $\frac{1}{2}$ BD , GH || BD ---------(1)

Δ BCD ൽ EF = $\frac{1}{2}$ BD , EF || BD ---------(2)

സമവാക്യം (1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

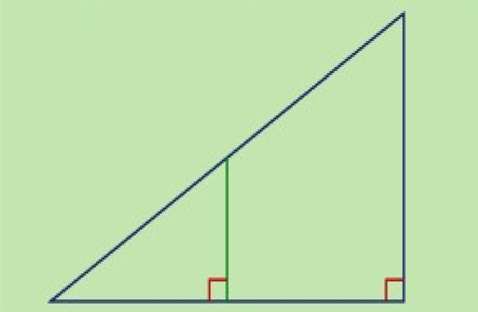
GH = EF എന്നും GH || EF എന്നും കിട്ടും .

$\therefore$ EFGH ഒരു സാമാന്തരികം ആണ്.

ii) a) സമഭുജ സാമാന്തരികം - വികർണ്ണങ്ങൾ തുല്യമായ ചതുർഭുജം
b) ചതുരം - വികർണങ്ങൾ ലംബമായ ചതുർഭുജം
c) സമചതുരം - വികർണങ്ങൾ ലംബവും തുല്യവുമായ ചതുർഭുജം

Page No: 59& 60

(1) ഒരു മട്ടത്രികോണം വരച്ച്, കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യ ബിന്ദുവിൽനിന്ന് പാദത്തിലേയ്ക്ക് ലംബം വരയ്ക്കുക:



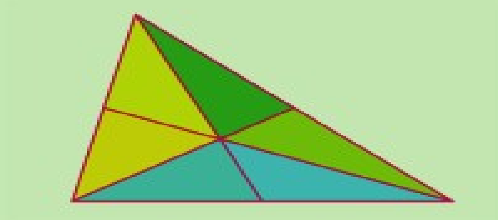
(i) ഈ ലംബം, വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ലംബത്തിന്റെ പകുതിയാണെന്നു തെളിയിക്കുക

(ii) വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിൽനിന്ന് മൂന്നു മൂലകളിലേയ്ക്കുമുള്ള അകലം തുല്യമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

(iii) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം, കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

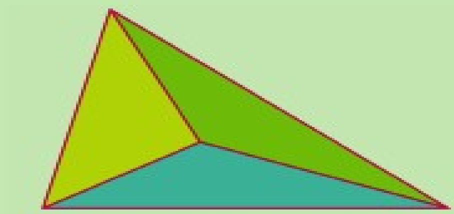
(2) ഏതു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെയും, പരിവൃത്തകേന്ദ്രം, ലംബകേന്ദ്രം, മധ്യമകേന്ദ്രം ഇവയെല്ലാം ഒരേ ബിന്ദുവാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

(3) ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തെ നടുവരകൾ ആറു ചെറു ത്രികോണങ്ങളായി ഭാഗിച്ചിരിക്കുന്നു.



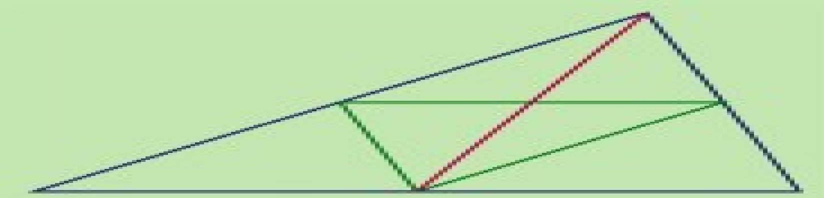
ഈ ആറു ത്രികോണങ്ങൾക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

(4) ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിൽ, മധ്യമകേന്ദ്രവും മൂന്നു മൂലകളും യോജിപ്പിച്ച്, ത്രികോണത്തെ മൂന്നു ചെറിയ ത്രികോണങ്ങളായി ഭാഗിച്ചിരിക്കുന്നു.



മൂന്നു ത്രികോണങ്ങൾക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

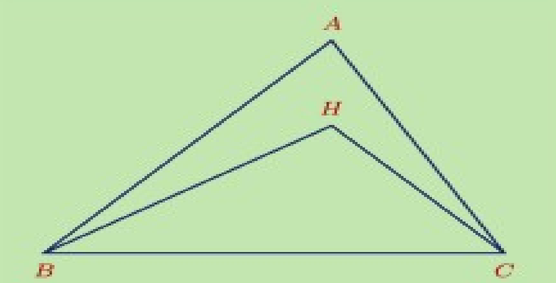
(5) ചിത്രത്തിലെ നീലത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാണ് ചെറിയ പച്ച ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നത്. ചുവന്ന വര വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു നടുവരയാണ്.



(i) ഈ നടുവര, ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മുകൾവശത്തെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നുവെന്നു തെളിയിക്കുക.

(ii) വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം, ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെയും മധ്യമകേന്ദ്രമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

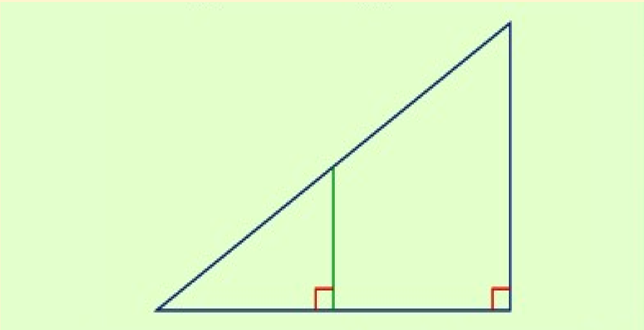
(6) ചിത്രത്തിൽ, *ABC* എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ ലംബകേന്ദ്രമാണ് *H*.



HBC എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ ലംബകേന്ദ്രം *A* ആണെന്നു തെളിയിക്കുക.

ഉത്തരങ്ങൾ

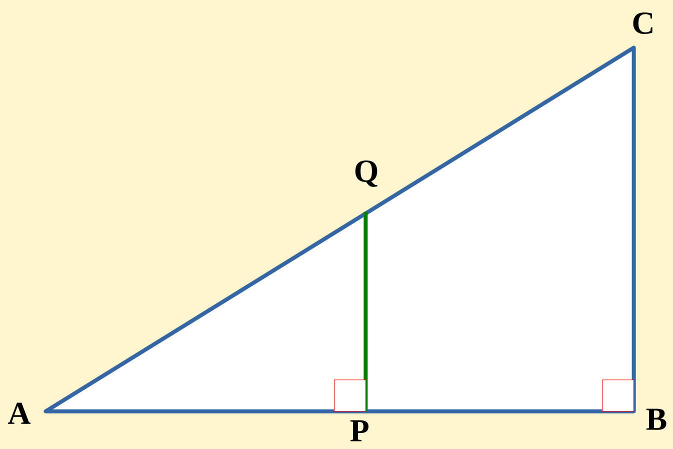
1. ഒരു മട്ടത്രികോണം വരച്ച് , കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യ ബിന്ദുവിൽനിന്ന് പാദത്തിലേക്ക് ലംബം വരയ്ക്കുക .



(i). ഈ ലംബം , വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ലംബത്തിന്റെ പകുതിയാണെന്ന് തെളിയിക്കുക .

(ii). വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിൽനിന്ന് മൂന്ന് മൂലകളിലേയ്ക്കുമുള്ള അകലം തുല്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

(iii). ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം , കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണെന്ന് തെളിയിക്കുക



(i). $\angle P = \angle B = 90^\circ$

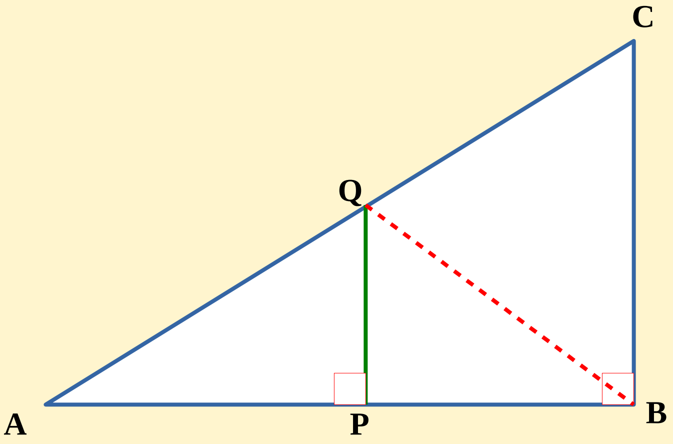
$\therefore$ PQ || BC

കൂടാതെ AC യുടെ മധ്യബിന്ദു ആണ് Q.

$\therefore$ AB യുടെ മധ്യബിന്ദു ആണ് P.

$PQ = \frac{1}{2}$ BC

(ii).



AC യുടെ മധ്യബിന്ദു ആണ് Q

∴ QA = QC --------(1)

Δ APQ, Δ BPQ ഇവ പരിഗണിച്ചാൽ

AP= PB (AB യുടെ മധ്യബിന്ദു ആണ് P)

PQ = PQ (പൊതുവായ വശം)

∠APQ = ∠BPQ (90°)

Δ APQ, Δ BPQ എന്നിവ തുല്യ ത്രികോണങ്ങൾ ആണ്.

∴QA = QB --------(2)

സമവാക്യം (1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

∴ QA = QB = QC

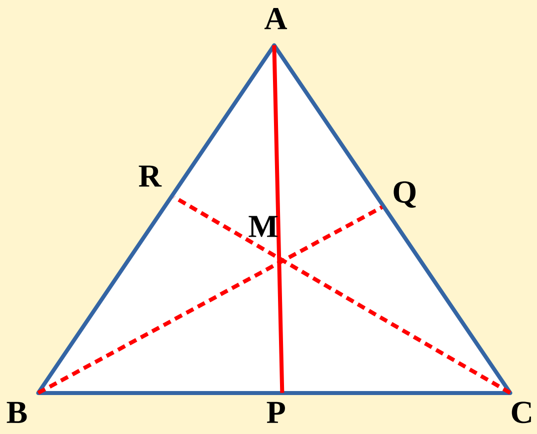
∴ വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവിൽനിന്ന് മൂന്ന മൂലകളിലേയ്ക്കുമുള്ള അകലം തുല്യമാണെന്നു തെളിഞ്ഞിരിക്കുന്നു .

(iii). QA = QB = QC

Q കേന്ദ്രവും QA ആരവും ആയ ഒരു വൃത്തം വരച്ചാൽ ആ വൃത്തം A , B , C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിലൂടെ കടന്നുപോകും .അതായത് ഈ വൃത്തം Δ ABC യുടെ പരിവൃത്തം ആണ് .

∴ മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പരിവൃത്തകേന്ദ്രം കർണ്ണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുവാണ് .

2. ഏതു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെയും , പരിവൃത്തകേന്ദ്രം , ലംബകേന്ദ്രം , മധ്യമകേന്ദ്രം ഇവയെല്ലാം ഒരേ ബിന്ദുവാണെന്നു തെളിയിക്കുക .



Δ ABC ഒരു സമഭുജത്രികോണം ആണ്.

A യിൽ നിന്ന് BC യിലേക്ക് ഒരു ലംബം വരയ്ക്കുക.

$\angle APB = \angle APC = 90^\circ$

അതായത് AP ഉന്നതിയാണ് .

കൂടാതെ BP = CP ആണ്

P എന്ന ബിന്ദു BC യെ സമഭാഗം ചെയുന്നു . അതായത് AP നടുവരയാണ്.

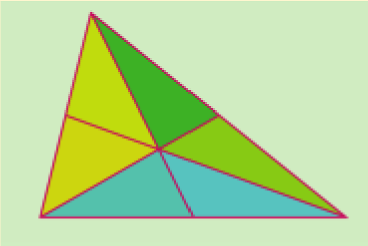
AP എന്ന വര BC യുടെ ലംബവും സമഭാജിയും ആയതിനാൽ AP ലംബസമഭാജിയാണ് .

അതുപോലെയാണ് BQ, CR എന്നീ വരകളും .

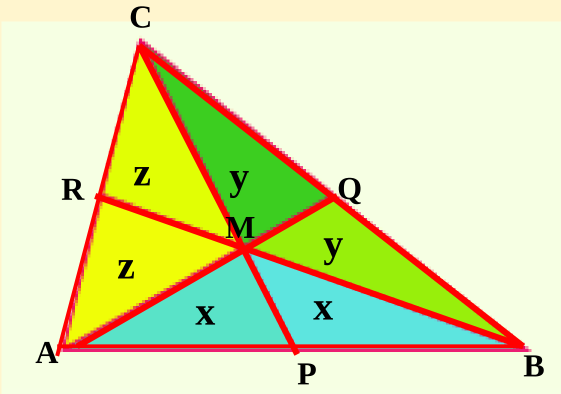
AP, BQ, CR എന്നീ വരകൾ കൂട്ടിമുട്ടുന്നത് M എന്ന ബിന്ദുവിലാണ് .

∴ ഏതു സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെയും ,പരിവൃത്തകേന്ദ്രം, ലംബകേന്ദ്രം, മധ്യമകേന്ദ്രം ഇവയെല്ലാം കൂട്ടിമുട്ടുന്നത് ഒരേ ബിന്ദുവാണെന്നു തെളിഞ്ഞിരിക്കുന്നു .

3. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തെ നടുവരകൾ ആറു ചെറു ത്രികോണങ്ങളായി ഭാഗിച്ചിരിക്കുന്നു .



ഈ ആറു ത്രികോണങ്ങൾക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണെന്നു തെളിയിക്കുക .



Δ APM ന്റെ പരപ്പളവ് = Δ BPM ന്റെ പരപ്പളവ് = x (MP നടുവര ആയതുകൊണ്ട്)

Δ BQM ന്റെ പരപ്പളവ് = Δ CQM ന്റെ പരപ്പളവ് = y (MQ നടുവര ആയതുകൊണ്ട്)

Δ CRM ന്റെ പരപ്പളവ് = Δ ARM ന്റെ പരപ്പളവ് = z (MR നടുവര ആയതുകൊണ്ട്)

AP നടുവര ആയാൽ ,

$2z + x = 2y + x$

$z=y$ ------(1)

BR നടുവര ആയാൽ ,

$2y + z = 2x + z$

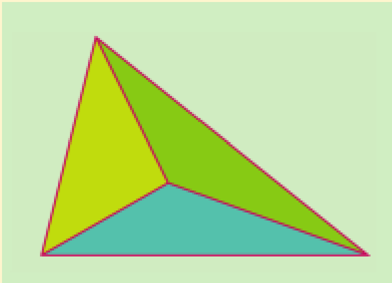
$y=x$ ------(2)

സമവാക്യം (1) ൽ നിന്നും (2) ൽ നിന്നും

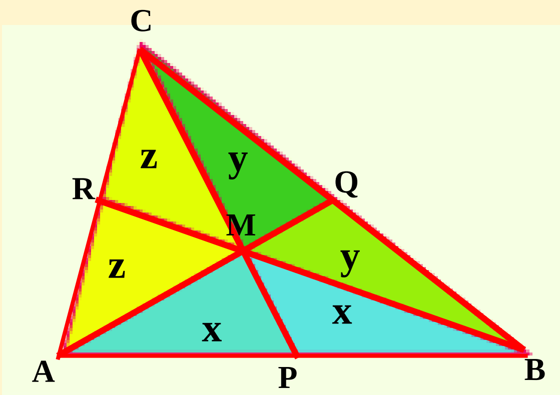
$x=y=z$

$\therefore$ ആറു ത്രികോണങ്ങൾക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണ്.

4. ചിത്രത്തിലെ ത്രികോണത്തിൽ , മധ്യമകേന്ദ്രവും മൂന്ന് മൂലകളും യോജിപ്പിച്ച് , ത്രികോണത്തെ മൂന്ന് ചെറിയ ത്രികോണങ്ങളായി ഭാഗിച്ചിരിക്കുന്നു .



മൂന്നു ത്രികോണങ്ങളും ഒരേ പരപ്പളവാണെന്നു തെളിയിക്കുക .



Δ APM ന്റെ പരപ്പളവ് = Δ BPM ന്റെ പരപ്പളവ് = x (MP നട്ടുവര ആയതുകൊണ്ട്)

Δ BQM ന്റെ പരപ്പളവ് = Δ CQM ന്റെ പരപ്പളവ് = y (MQ നട്ടുവര ആയതുകൊണ്ട്)

Δ CRM ന്റെ പരപ്പളവ് = Δ ARM ന്റെ പരപ്പളവ് = z (MR നട്ടുവര ആയതുകൊണ്ട്)

x = y = z ആയതുകൊണ്ട്

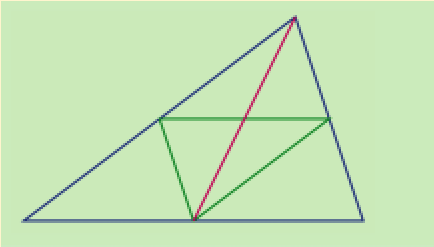
2x = 2y = 2z

$\therefore$ Δ ABM യുടെ പരപ്പളവ് = Δ BMC യുടെ പരപ്പളവ് = Δ AMC യുടെ പരപ്പളവ്.

$\therefore$മൂന്നു ത്രികോണങ്ങൾക്കും ഒരേ പരപ്പളവാണ് .

5. ചിത്രത്തിലെ നീലത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാണ് ചെറിയ പച്ച ത്രികോണം വരച്ചിരിക്കുന്നത്.

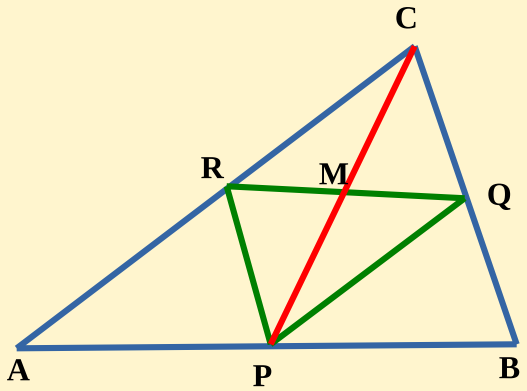
ചുവന്ന വര വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു നടുവരയാണ് .



(i). ഈ നടുവര, ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മുകൾവശത്തെ സമഭാഗം ചെയ്യുന്നുവെന്ന് തെളിയിക്കുക.

(ii). വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം , ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെയും മധ്യമകേന്ദ്രമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

(i).

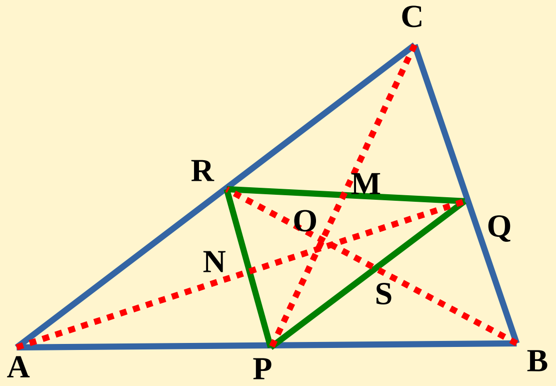


ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളുടെ മധ്യ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിക്കുന്ന വര മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന് സമാന്തരമാണ്

∴ PQCR ഒരു സാമാന്തരികമാണ്.

സമാന്തരികത്തിന്റെ വികർണ്ണങ്ങൾ പരസ്പരം സമഭാഗം ചെയ്യുന്നതിനാൽ RM=QM ആയിരിക്കും.

(ii).



Δ ABC യുടെ മധ്യമകേന്ദ്രം O ആണ് എന്നിരിക്കട്ടെ

RM = QM

RN = PN

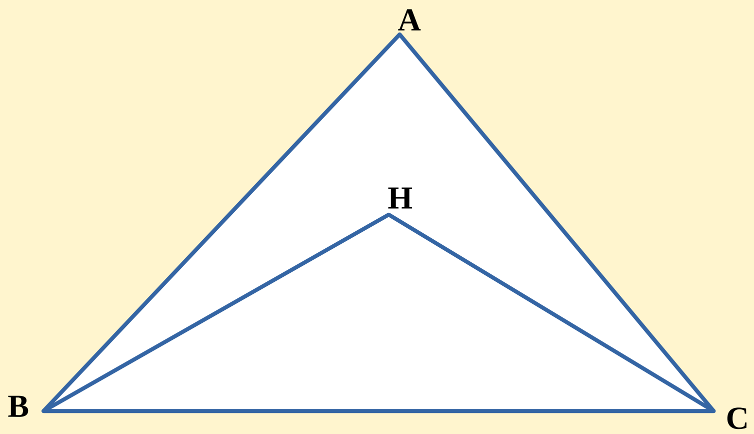
PS = QS

അതായത് RS, QN , PM ഇവ മധ്യമങ്ങൾ ആണ്.

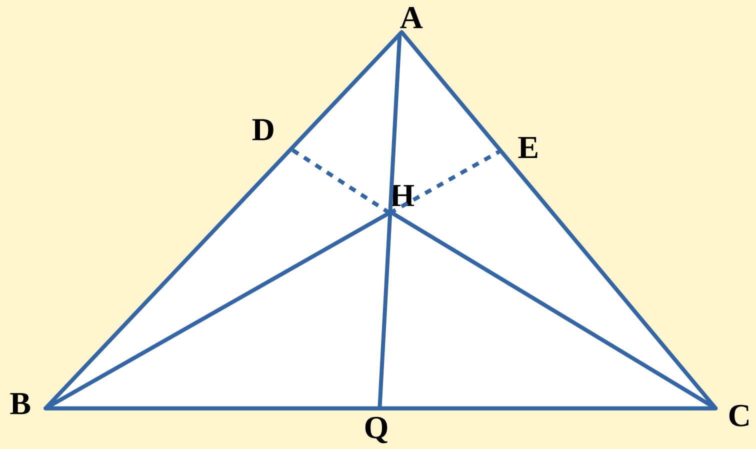
∴ Δ PQR ന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം O ആണ്.

∴ വലിയ ത്രികോണത്തിന്റെ മധ്യമകേന്ദ്രം , ചെറിയ ത്രികോണത്തിന്റെയും മധ്യമകേന്ദ്രമാണ്.

6. ചിത്രത്തിൽ , ABC എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ ലംബകേന്ദ്രമാണ് H .



HBC എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ ലംബകേന്ദ്രം A ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക .



Δ ABC യുടെ ലംബകേന്ദ്രം ആണ് H

BE ലംബമാണ് AC

C യിൽ നിന്ന് BH എന്ന വശത്തേക്കുള്ള ലംബമാണ് AC

CD ലംബം AB ആയതിനാൽ B യിൽ നിന്ന് CH എന്ന വശത്തേക്കുള്ള ലംബമാണ് AB.

ഇവ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു A ആണ്.

∴ HBC എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ ലംബകേന്ദ്രം A ആണ്.